

Šíření kosmického záření vesmírem

Jednotky a typické vzdálenosti

- $\hbar = c = 1$
- Hmotnost, energie, hybnost ... eV
- Vzdálenost:

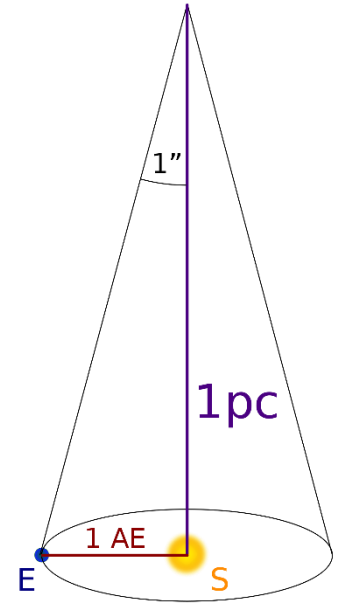
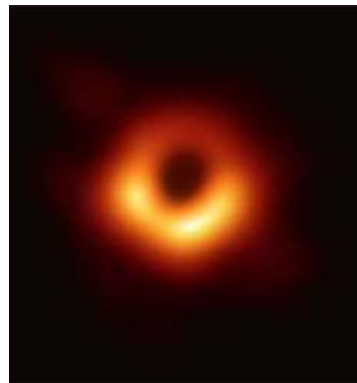
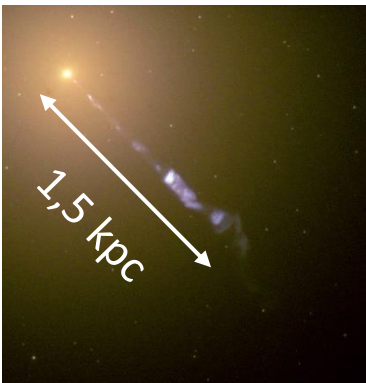
Světelný rok $1 \text{ ly} = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$

Parsek = vzdálenost, z níž má 1 astronomická jednotka úhlový rozměr jedné vteřiny

$$1 \text{ pc} = 3,262 \text{ ly}$$

- Magnetická indukce:

Gauss $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$



Nejbližší hvězda $\approx 1,3 \text{ pc}$

Vzdálenost Slunce od galaktického středu $\approx 8.5 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (disk) $\approx 28 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (gal. halo) $\approx 40 \text{ kpc}$

Vzdálenost Slunce od galaxie v Andromedě $\approx 780 \text{ kpc}$

Vzdálenost Slunce od galaxie Messier 87 $\approx 16 \text{ Mpc}$

Nejvzdálenější galaxie GN-z11 $\approx 4,1 \text{ Gpc}$

Jak se liší částice kosmického záření produkované zdrojem a ta, která doletí na Zemi?

Kosmické záření se Vesmírem nešíří volně, ale je do velké míry ovlivňováno okolním prostředím

1. Magnetická pole ovlivní trajektorii částice
2. Interakce s fotonovými poli ve vesmíru – dochází k energetickým ztrátám a v případě těžších primárních částic může dojít i ke změně chemického složení
3. Kosmologický rudý posuv – energetické ztráty

Jak se liší částice kosmického záření produkovaná zdrojem a ta, která doletí na Zemi?

Neutrína

- nejsou ovlivněna magnetickými poli
- interagují pouze slabě → interakcím s hmotou téměř nedochází a neutrína tak směřují přímo ke zdroji a mohou putovat dlouhé vzdálenosti
- 2017 IceCube detekoval neutrino z blazaru TXS 0506-056, který je vzdálený 1,75 Gpc

γ -rays

- Nejsou ovlivněny magnetickými poli
- Interagují s fotony za vzniku elektron-pozitronového páru
- Tento proces vede ke konečnému horizontu, odkud lze vysokoenergetické γ pozorovat

Hadrony

- Jsou vychýleny magnetickými poli
- Interagují s fotony → energetické ztráty + změna složení
- Radiační ztráty synchrotronovým zářením jsou zanedbatelné
- Mohou interagovat s hmotou v mezihvězdném/meziganalaktickém prostoru – zanedbatelná hustota – zanedbatelné ztráty

Elektrony

- Jsou vychylovány magnetickými poli
- Energetické ztráty dominovány synchrotronovým zářením a ICS

The background features a stylized representation of Earth's magnetic field. A small globe of the Earth is centered, with blue lines representing magnetic field lines looping from the top to the bottom. Overlaid on these are numerous thin, glowing orange and yellow lines that spiral outwards, representing the paths of charged particles being deflected by the magnetic field. The overall color palette is light gray, blue, and orange.

ŠÍŘENÍ ČÁSTIC V MAGNETICKÉM POLI

Pohyb částic v magnetickém poli

- Šíření částic kosmického záření je ovlivněno magnetickými poli v mezihvězdném i mezigalaktickém prostoru

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Lorentzova síla

- Nabitá částice je vychylována magnetickým polem v kolmém směru ke svému pohybu a pohybuje se po kružnici s poloměrem $r_L = \mathbf{Larmorův\ poloměr\ (gyrační\ poloměr)}$

$$r_L = \frac{p_{\perp}}{qB}$$

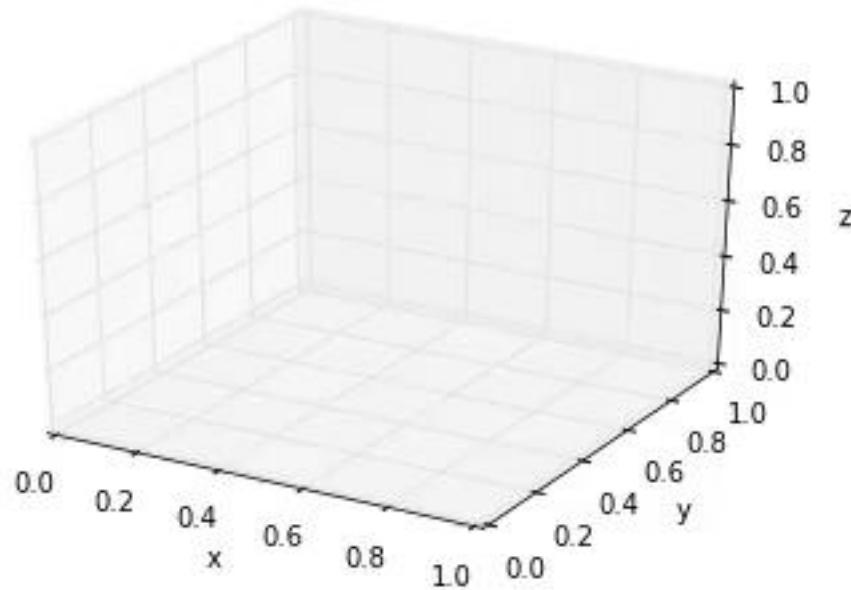
$$\left(\frac{r_L}{\text{pc}}\right) = 1,1 \left(\frac{E}{\text{PeV}}\right) \left(\frac{\mu\text{G}}{B}\right) \frac{1}{Z}$$

- Míra zakřivení trajektorie závisí na tzv. **rigiditě** částice $R = \frac{E}{q}$
- Jádro železa s energií 10^{20} eV má Larmorův poloměr stejný jako proton s energií $3,84 \cdot 10^{18}$ eV

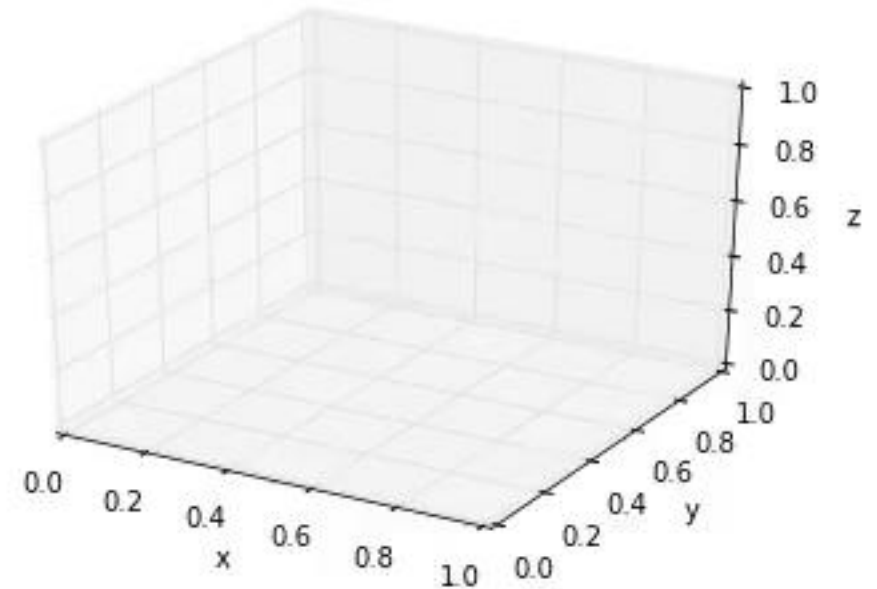
Pohyb částic v magnetickém poli

- Trajektorie částice v magnetickém poli 2 případy:

a) Změna magnetického pole na mnohem větších škálách než Larmorův poloměr



b) Magnetické pole se mění rychleji než velikost Larmorova poloměru

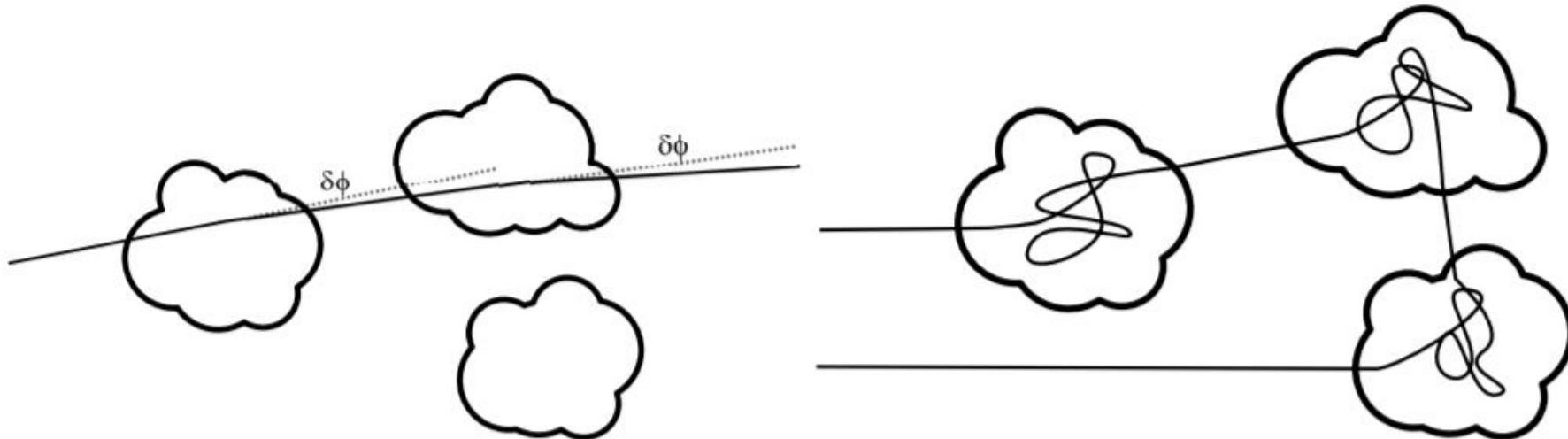


credit: Andrew Taylor

Pohyb částic v magnetickém poli

Podle hodnoty Larmorova poloměru můžeme rozdělit šíření částice na dva případy (r_B je velikost oblasti magnetického pole)

1. $r_L \gg r_B$ - částice není příliš ovlivněna magnetickým polem a k větším výchylkám dochází až po průchodu velkým počtem takovýchto B-polí
2. $r_L \ll r_B$ - částice je magnetickým polem vychýlena natolik, že „zapomíná“ směr, ze kterého přiletěla a je izotropizována



- V reálném případě při šíření dochází ke stavu mezi těmito mezními případy a pro popis pohybu částice se využívá **difúzní model**

Pohyb částic v magnetickém poli

Difúze

- Proces, při kterém se částice pohybují náhodnými pohyby ve směru gradientu hustoty a to ve směru z větší hustoty do nižší
- Tok j částic způsobený difúzí je popsán prvním Fickovým zákonem

$$\mathbf{j} = -D\nabla n$$

D ... difúzní koeficient
 n ... hustota částic

- Rychlost difúze D je dána rozptylem částic na magnetickým polích
- Změna hustoty způsobená difúzí je dána difúzní rovnicí

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0$$

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = \nabla [D(x, t) \nabla n(x, t)]$$

Druhý Fickův zákon

Pohyb částic v magnetickém poli

- Nezávisí-li D na poloze, difúzní rovnice se zjednoduší na

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = D\Delta n(x, t)$$

- A při sféricky symetrickém řešení dostaneme

$$n(r, t) = \frac{n_0}{\sqrt{4\pi D t}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right)$$

- Poměr $n(r, t)/n_0$ udává pravděpodobnost nalezení částice v čase t ve vzdálenosti r od středu
- Střední hodnota tohoto rozdělení udává nejpravděpodobnější vzdálenost R , ve které nalezneme částici a platí

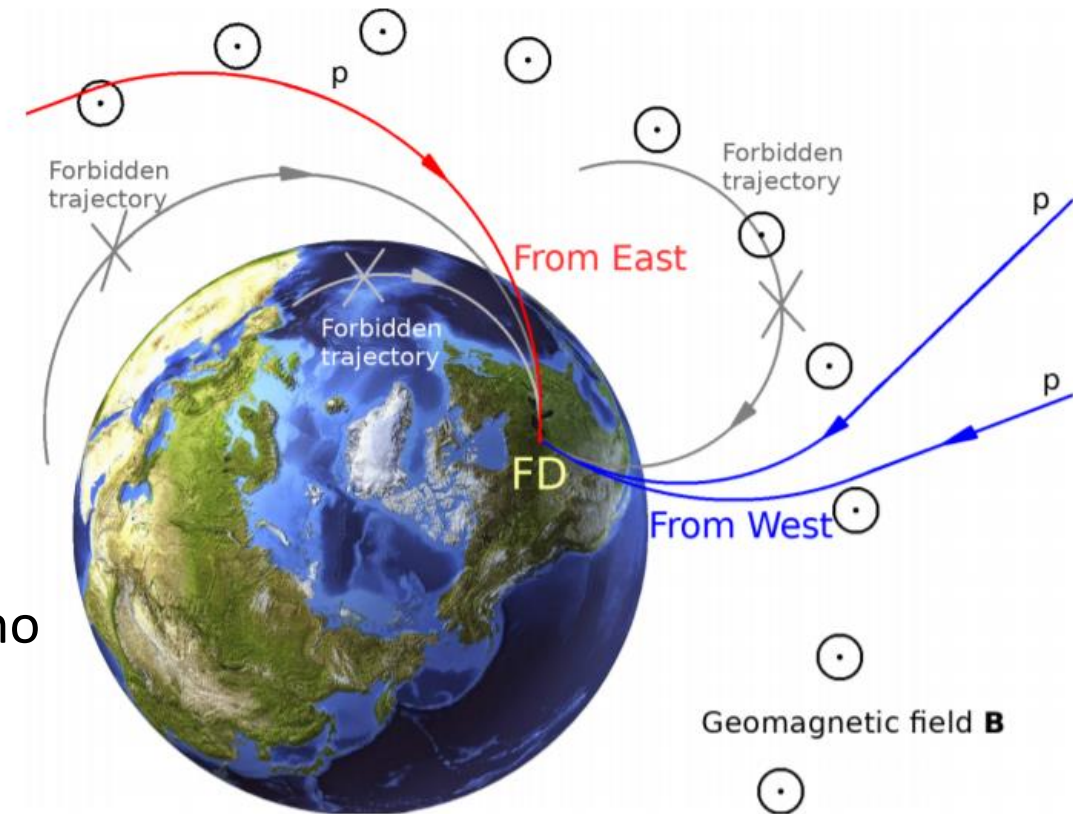
$$R \propto \sqrt{Dt}$$

⇒ vzdálenost částice od počátku roste jako \sqrt{t} , což je mnohem pomalejší než pro případ bez difúze, kde $R \propto t$

- Analogií s náhodnou procházkou můžeme zapsat difúzní koeficient jako $D = \frac{1}{3}\lambda v$, kde v je rychlost částice a λ je střední volná dráha částice

East-West effect

- Kosmické záření na nízkých energiích je ovlivněno magnetickým polem Země
- Tok nízkoenergetického KZ z východu by měl být potlačen ve srovnání s tokem KZ ze západu díky stínění některých drah magnetickým polem
- Tento efekt byl pozorován ve 30. letech 20. stol. a bylo tak odvozeno, že většina kosmického záření dopadajícího za Zemi má kladný náboj



East-West effect – příklad (14)

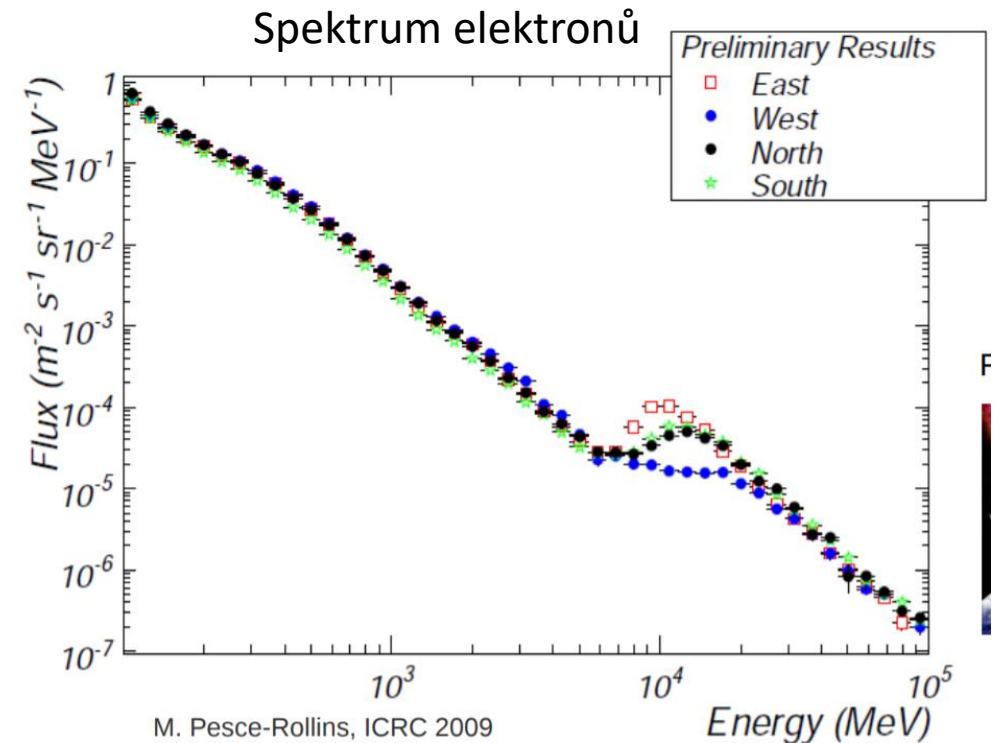
Určete minimální hybnost protonu, která je potřebná k tomu, aby mohl dosáhnout povrchu Země, pokud přichází z východního směru. (Pro jaké energie protonu je magnetické pole Země nezanedbatelné?)

Víme, že magnetický moment je $M = 8 \cdot 10^{22} \text{A} \cdot \text{m}^2$ a hodnota magnetického pole se vyjádří jako

$$B = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3}.$$

East-West effect

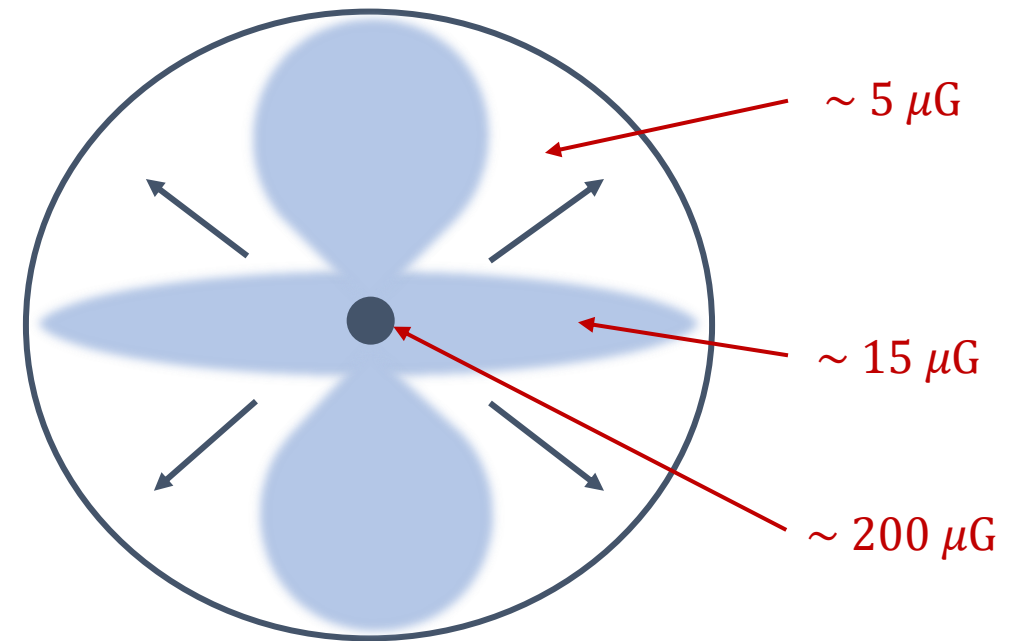
- Kosmické záření na nízkých energiích je ovlivněno magnetickým polem Země
- Tok nízkoenergetického KZ z východu by měl být potlačen ve srovnání s tokem KZ ze západu díky stínění některých drah magnetickým polem
- Tento efekt byl pozorován ve 30. letech 20. stol. a bylo tak odvozeno, že většina kosmického záření dopadajícího za Zemi má kladný náboj



Magnetická pole ve Vesmíru

- Galaktické magnetické pole

- Měřitelné pomocí synchrotronového záření, Zeemanova jevu nebo Faradayovy rotace
- Spirální charakter kolem galaktického disku



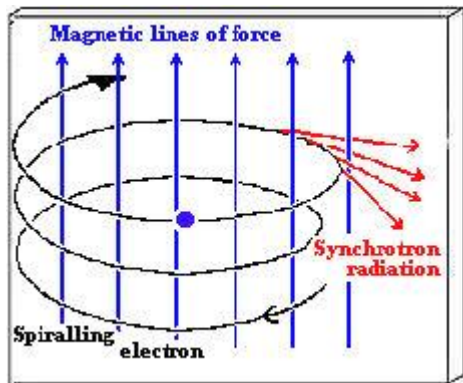
- Extragalaktická magnetická pole

- Nejasný původ a škála – složité měření (Kronberg (1994), Subramanian 2016, Vazza et al. 2017)
- Klasické hodnoty mezigalaktického magnetického pole \sim jednotky nG – μG
- Nízkoenergetické KZ z extragalaktických zdrojů je efektivně stíněno a nemůže se dostat do Mléčné dráhy – magnetický horizont

Synchrotronové záření


- EM záření, které je produkováno při radiálním urychlení nabitě částice → spirální pohyb částic v magnetickém poli
- Relativistický případ: celkový vyzářený výkon při pohybu po kruhové dráze ($v = const.$)

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{(m_0 c^2)^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{d\tau}\right)^2 = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{\gamma}{(m_0 c^2)^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{dt}\right)^2$$



$$\frac{dp}{dt} = p\omega = p \frac{v}{R}$$

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{(m_0 c^2)^4} \frac{E^4}{R^2}$$

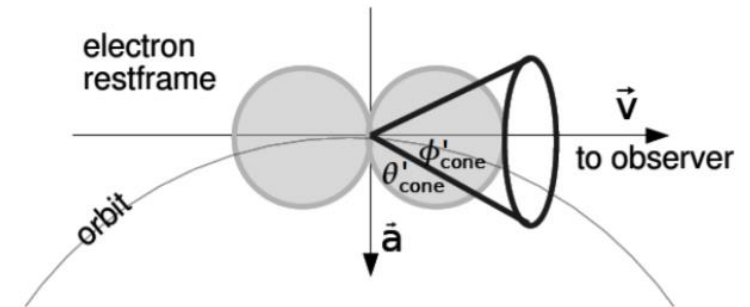
- Synchrotronové záření pro protony a elektrony: $\frac{P_s(e)}{P_s(p)} = \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^4 = 1,13 \cdot 10^{13}$ 

Synchrotronové záření

- Vyzářený výkon úměrný $E^2 B^2$
- Částice s vyšší energií více vyzařují a částice o dané energii vyzařuje více v silnějším magnetickém poli → deformace spekter na vyšších energiích

- Klidová soustava částice:

Záření má dipólový charakter $\frac{dP}{d\Omega} \propto \sin^2 \theta'$

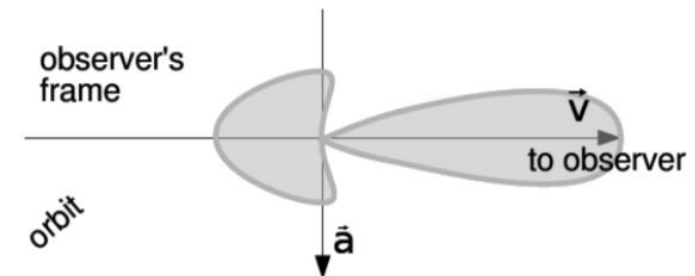


- Laboratorní soustava

Transformace úhlů → záření emitováno

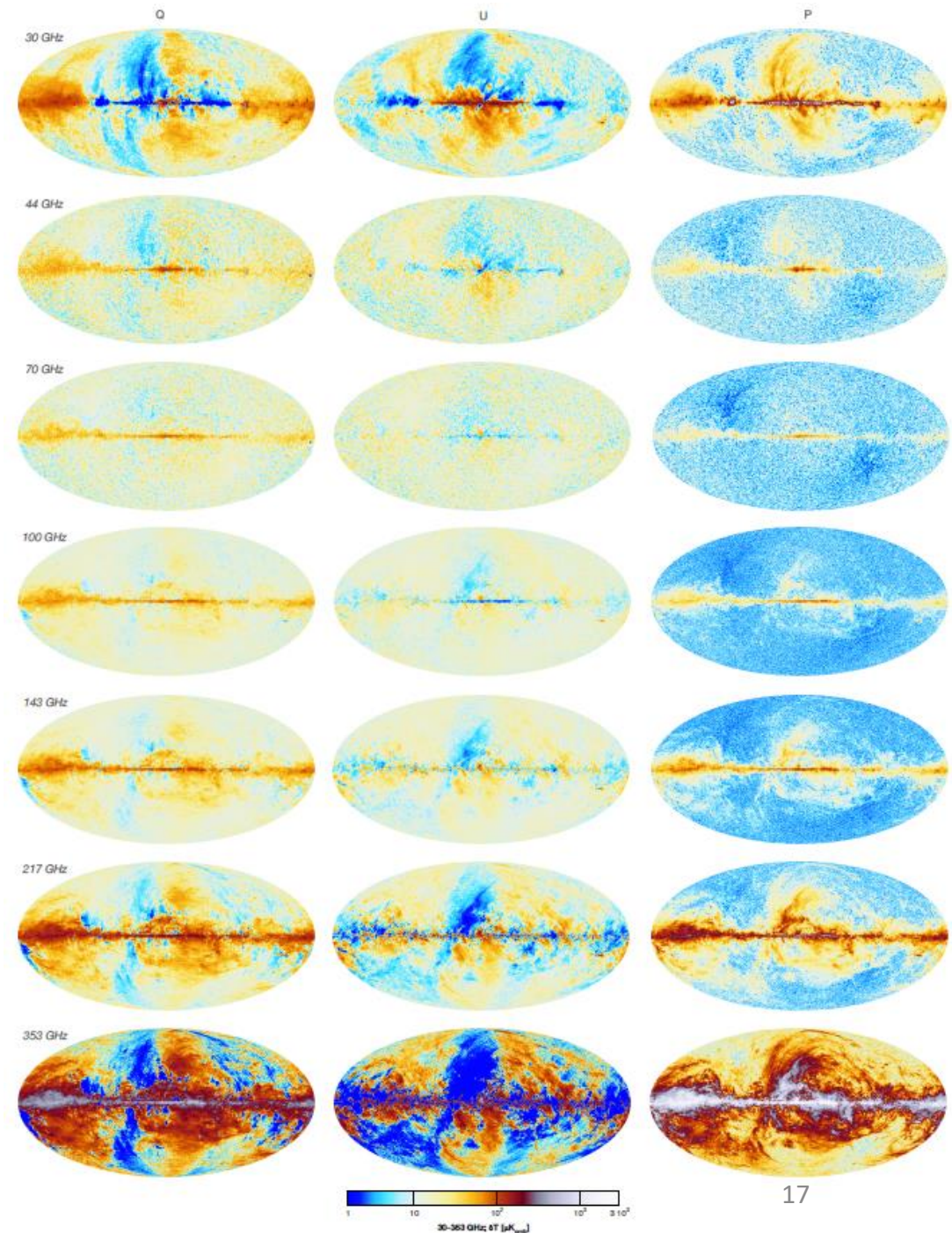
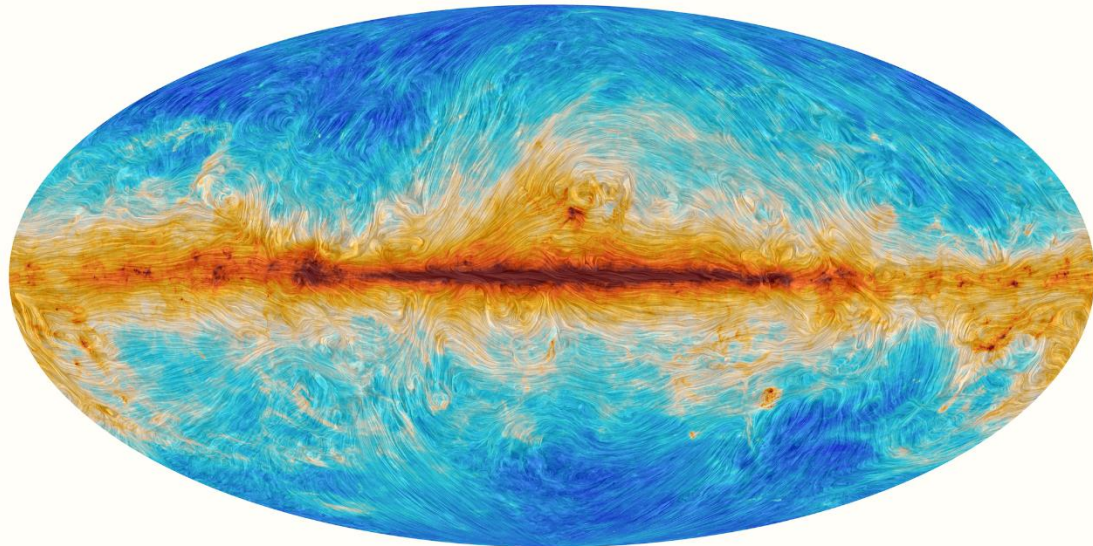
v kuželi o úhlu

$$\varphi \sim \frac{1}{\gamma}$$



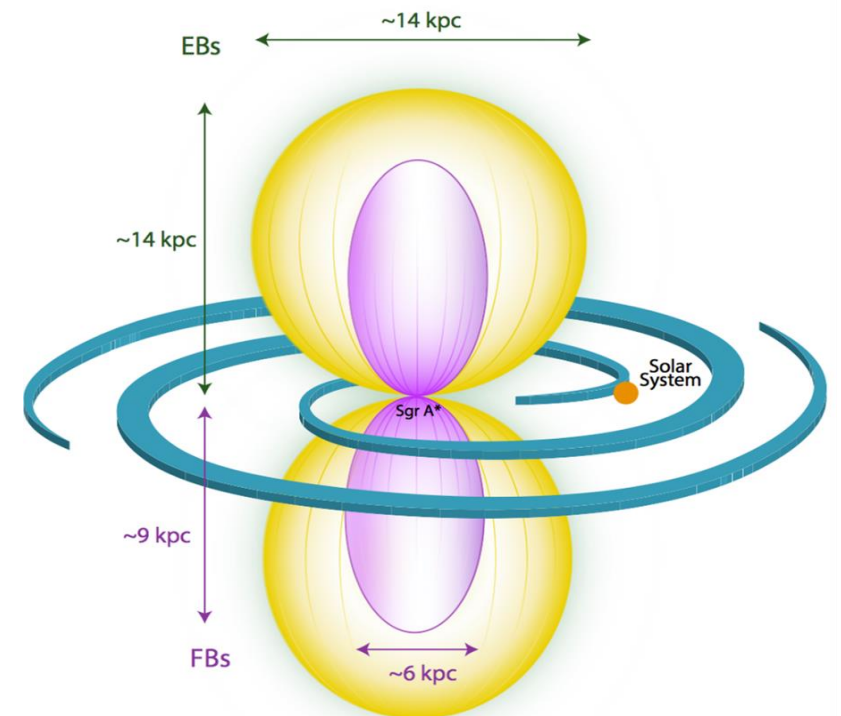
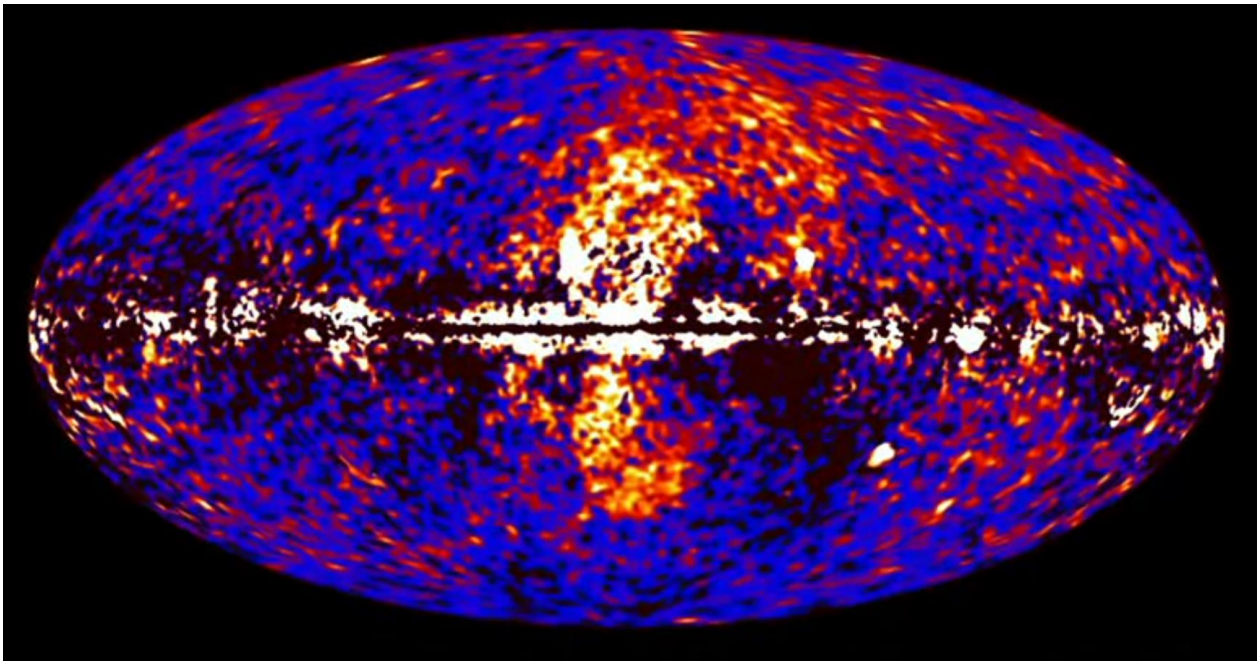
Synchrotronové záření

- Synchrotronové záření se používá k mapování magnetického pole naší galaxie
- Výsledky sondy Planck:



Synchrotronové záření

- Pomocí synchrotronového záření byly objeveny Fermiho bubliny v naší Galaxii (Su, M., et al. ApJ 724, 1044–1082 (2010))
- γ -ray a X -ray emise



Faradayova rotace

- Míra polarizace synchrotronového záření při průchodu magnetickým polem

$$\|p\| = \frac{3\gamma + 3}{3\gamma + 7}$$

- Pro $\gamma = 3$ je to 75%

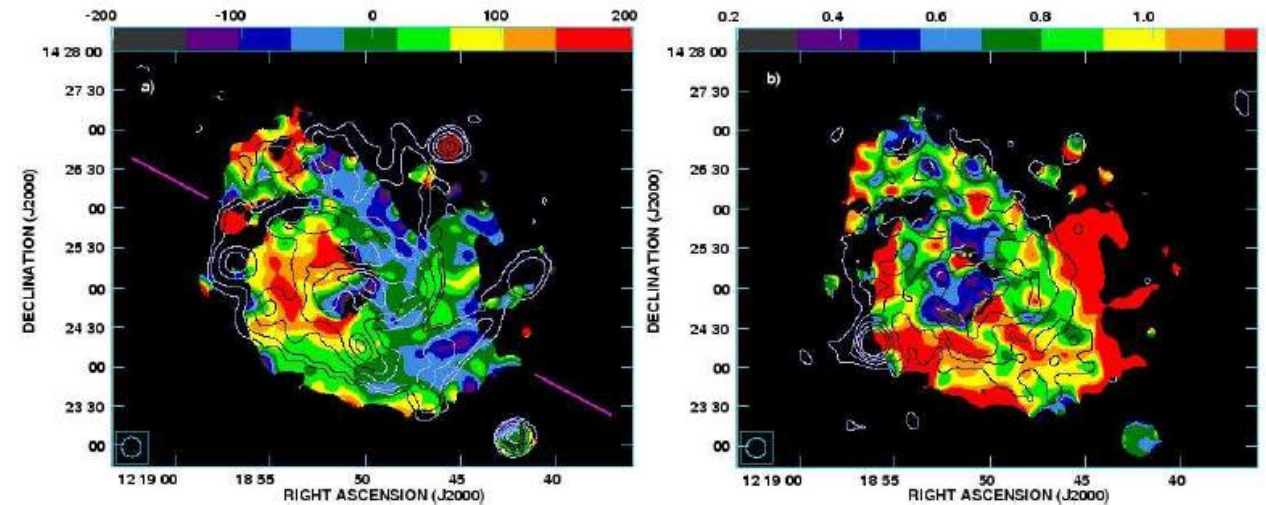
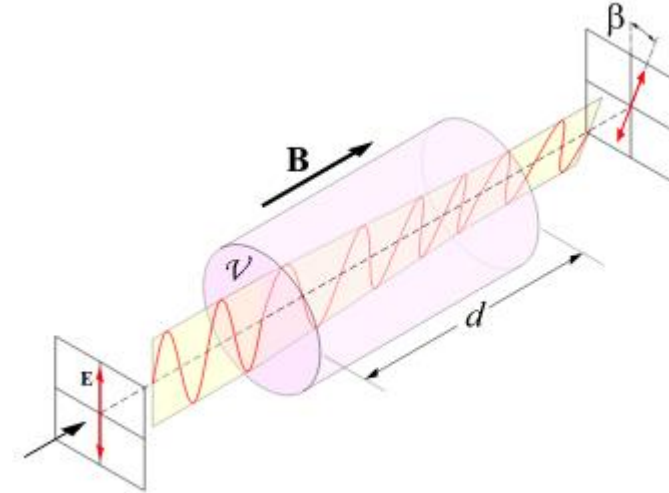
- Stáčení roviny polarizace

$$\phi = \phi_0 + RM \cdot \lambda^2$$

kde

$$RM = 0,81 \int_0^{l_s} n_e(l) B_{\parallel}(l) dl$$

- Poskytuje 3D informace o magnetickém poli



ENERGETICKÉ ZTRÁTY KOSMICKÉHO ZÁŘENÍ



Energetické ztráty

- Tři hlavní procesy skrze něž mohou protony kosmického záření ztrácet energii
 1. Tvorba páru $e^+ e^-$ na CMB/EBL
 2. Foto-pionová produkce na CMB/EBL
 3. Kosmologický rudý posuv
- Těžší částice kosmického záření mohou také podléhat fotodesintegraci → tím se mění jejich složení a energie je rozdělena mezi všechny vzniklé fragmenty
- Energetické ztráty částice díky interakcím s CMB lze zapsat

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \langle y \sigma n_\gamma \rangle$$

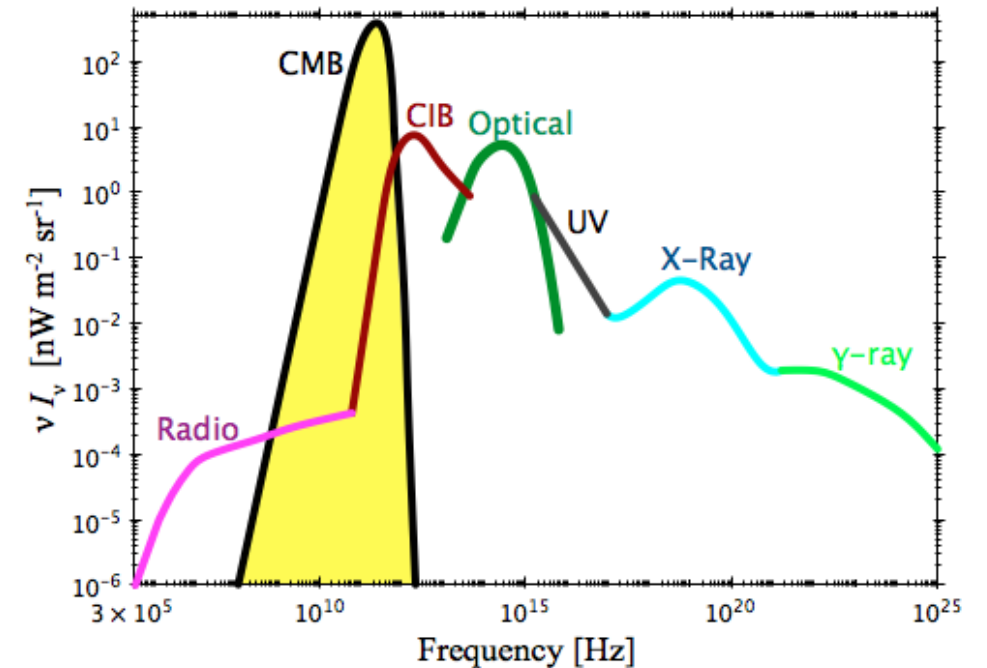
σ ... účinný průřez reakce

n_γ ... hustota CMB fotonů

$y = (E - E')/E$... energie ztracená během interakce

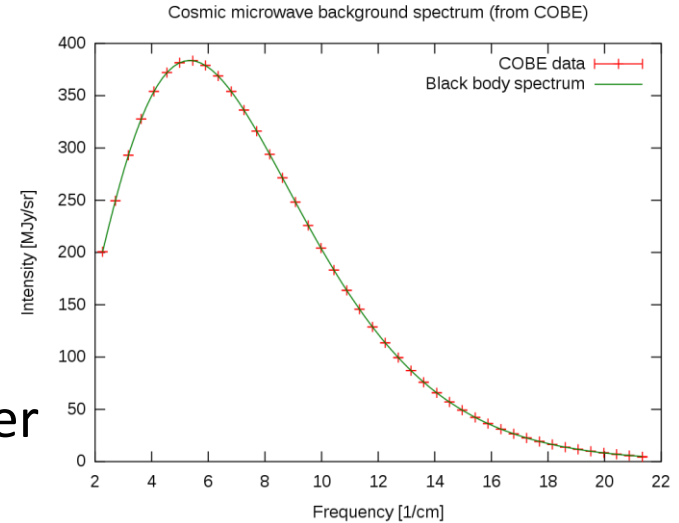
Fotonová pozadí ve vesmíru

- DEBRA = diffuse extragalactic background radiation
- Obsahuje fotony extragalaktického původu na všech vlnových délkách ($\sim 10^{-7}$ eV - ~ 100 GeV)
- EBL = extragalactic background light – všechny vlnové délky kromě CMB, fotony vzniklé při formaci hvězd, AGN ...
- EBL hraje roli při šíření vysokoenergetického kosmického záření a vysokoenergetických fotonů



Reliktní záření (CMB)

- 1965 A. Penzias, R. Wilson objevili izotropní mikrovlnné záření
- CMB vzniklo v momentě kdy se vesmír stal průhledným pro fotony
- Rekombinace = nabité elektrony a protony se vážou do neutrálních jader
 - $T_{rec} \approx 0,3 \text{ eV}$
- Absence volných elektronů zvýšila střední dlouho dráhu fotonů natolik, že od té doby neinteragovaly = decoupling fotonů od hmoty
 - $T_{dec} \approx 0,26 \text{ eV}$



FRIEDMANNOVA ROVNICE

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho_{tot}}{3} - \frac{kc^2}{R^2}$$

$$\rho_m \propto R^{-3}, \rho_r \propto R^{-4}$$

$$t = t_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{3/2}$$



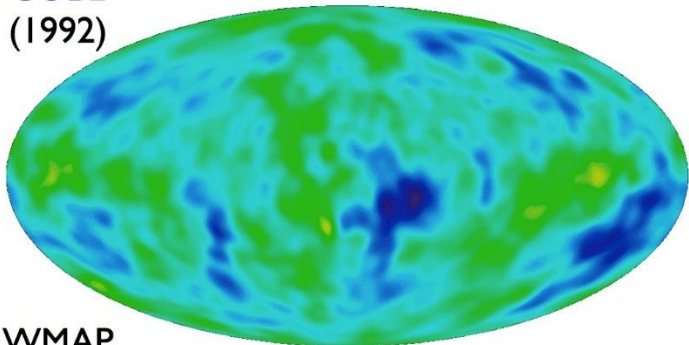
$$t_{rec} \approx 300\,000 \text{ let}$$

$$t_{dec} \approx 380\,000 \text{ let}$$

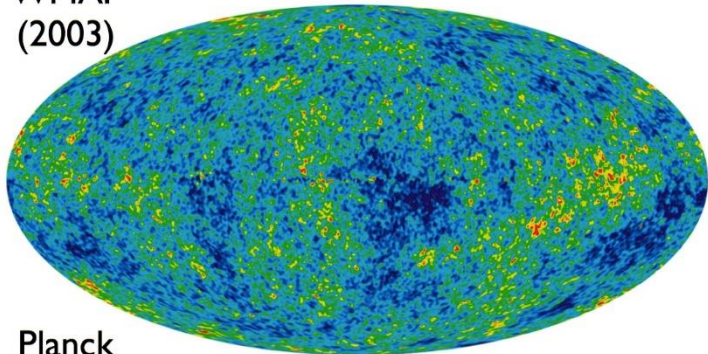
- Teplotní spektrum CMB odpovídá vyzařování absolutně černého tělesa s píkem 2,725 K
- CMB je do velké míry izotropní s velmi malými výchylkami teploty $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$
- Anisotropie ukazují na perturbace hustoty hmoty na sféře posledního rozptylu

Reliktní záření (CMB)

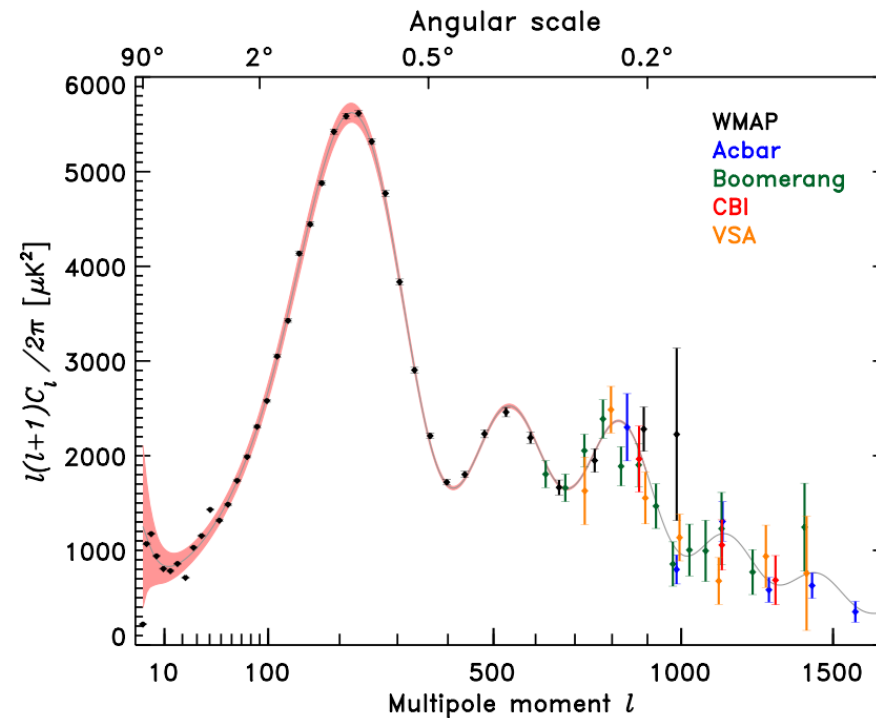
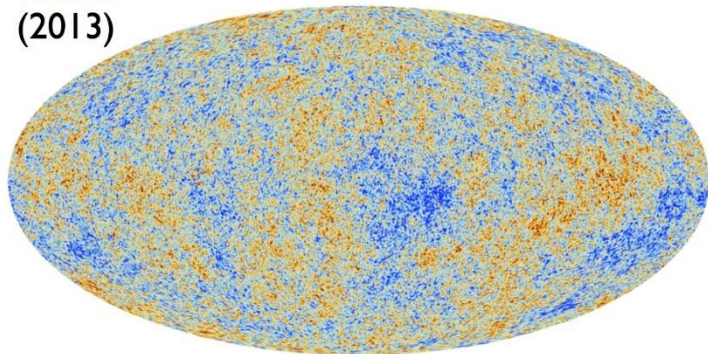
COBE
(1992)



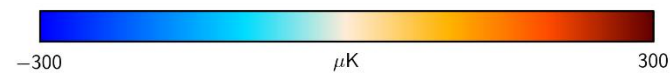
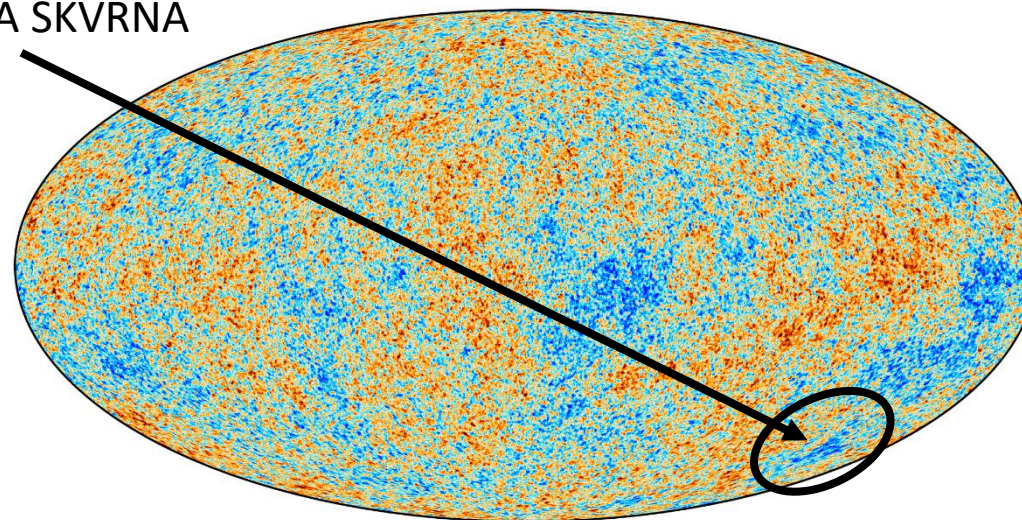
WMAP
(2003)



Planck
(2013)



STUDENÁ SKVRNA



Energetické ztráty – tvorba páru $e^+ e^-$

- $e^+ e^-$ pár je vytvořen v přítomnosti částice kosmického záření



- Poměrně nízká prahová energie procesu $\sim 10^{18}$ eV, v numerických simulacích se z tohoto důvodu většinou uvažuje jako kontinuální proces
- Malé energetické ztráty
- Pro protony dominantní v rozmezí energií $\sim (10^{18} - 7 \cdot 10^{19})$ eV

PŘ (15): Určete prahovou energii vysokoenergetického fotonu pro tvorbu $e^+ e^-$ páru na CMB fotonu. Určete také relevantní absorpční délku.

PŘ (16): Spočítejte prahovou energii procesu $p + \gamma_{CMB} \rightarrow p + e^+ + e^-$ na CMB (DÚ)

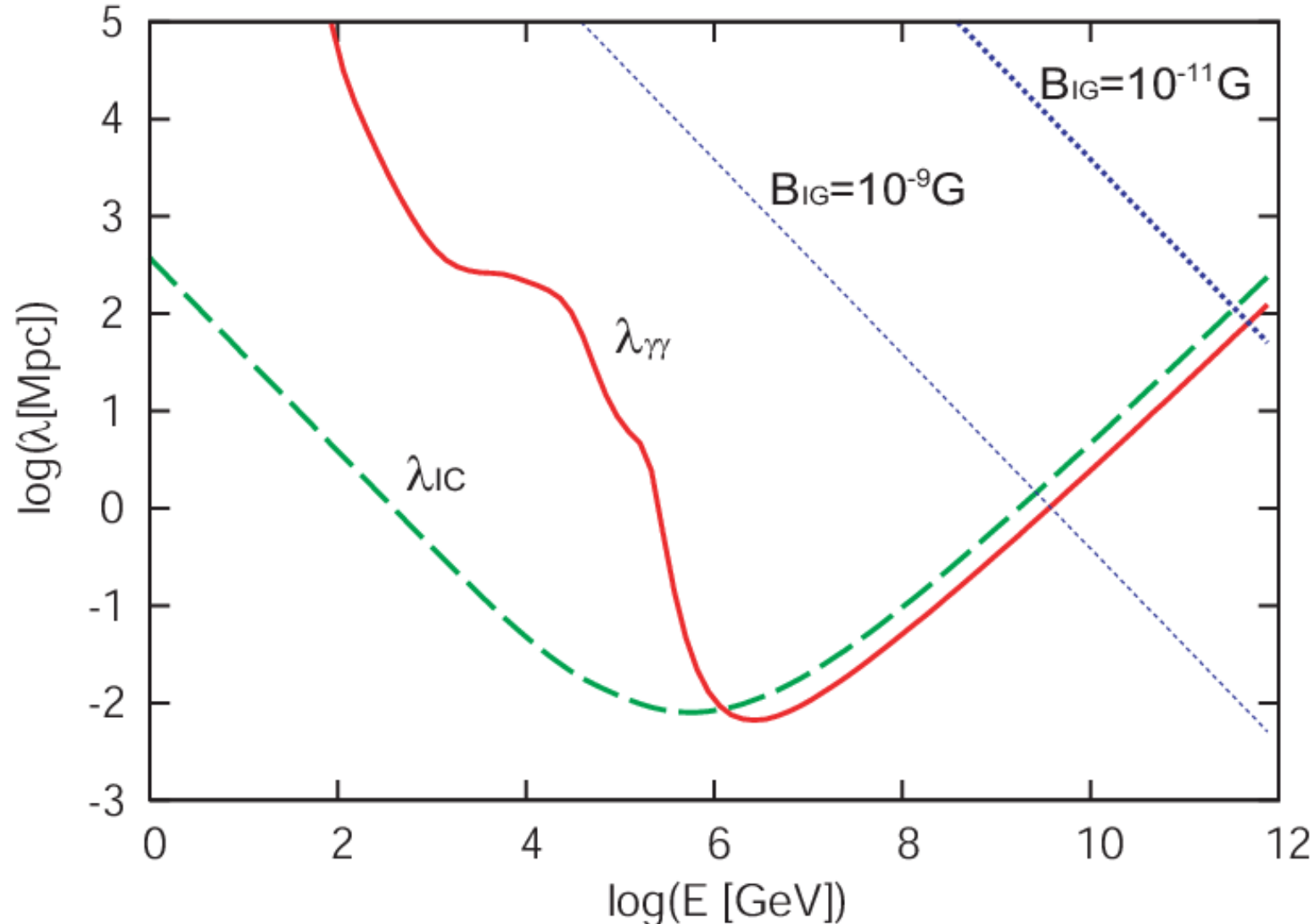
Vysokoenergetické fotony – příklad (15)

Vysokoenergetické fotony ze vzdálených zdrojů mají energetický cut-off kvůli interakcím s fotony CMB a optickými a IR fotony, při nichž dochází k tvorbě páru $e^+ e^-$.

- a) Určete prahovou energii procesu.
- b) Určete relevantní absorpční délku pro hodnoty $\sigma = 2,5 \text{ cm}^{-2}$ a $\rho_{CMB} = 400 \text{ cm}^{-3}$.

Energetické ztráty – tvorba páru $e^+ e^-$

Střední volná dráha vysokoenergetických fotonů

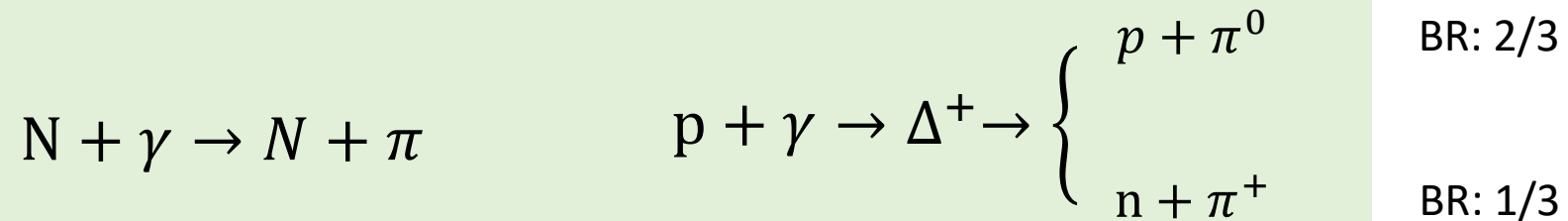


Kohta Murase, John F. Beacom 2010, arXiv:1002.3980

The mean free path of high-energy photons for pair creation and the energy loss length of electron-positron pairs for inverse-Compton in the Universe, respectively (solid and dashed lines). The dotted curves show the synchrotron cooling length for given IGMF strengths.

Energetické ztráty – foto-pionová produkce

- Nejdůležitější energetická ztráta na ultra-vysokých energiích
- Nukleon interaguje s fotonem CMB za vzniku pionu → pion odnáší část energie



- Tento proces je zodpovědný za GZK cut-off
- Vysoká prahová energie $\sim 5 \cdot 10^{19}$ eV
- Protony s vyšší energií k nám musejí přicházet ze vzdáleností $< (50-70)$ Mpc!
- Aproximace superpozičního modelu - prahová energie se zvyšuje s nukleonovým číslem částice kosmického záření

GZK- příklad (17)

Kosmické záření interaguje s fotony CMB za vzniku pionu. K tomuto procesu dochází při vysokých energiích KZ a KZ tak ztrácí energii. Vypočítejte prahovou energii tohoto procesu pro proton.

Energetické ztráty – foto-pionová produkce

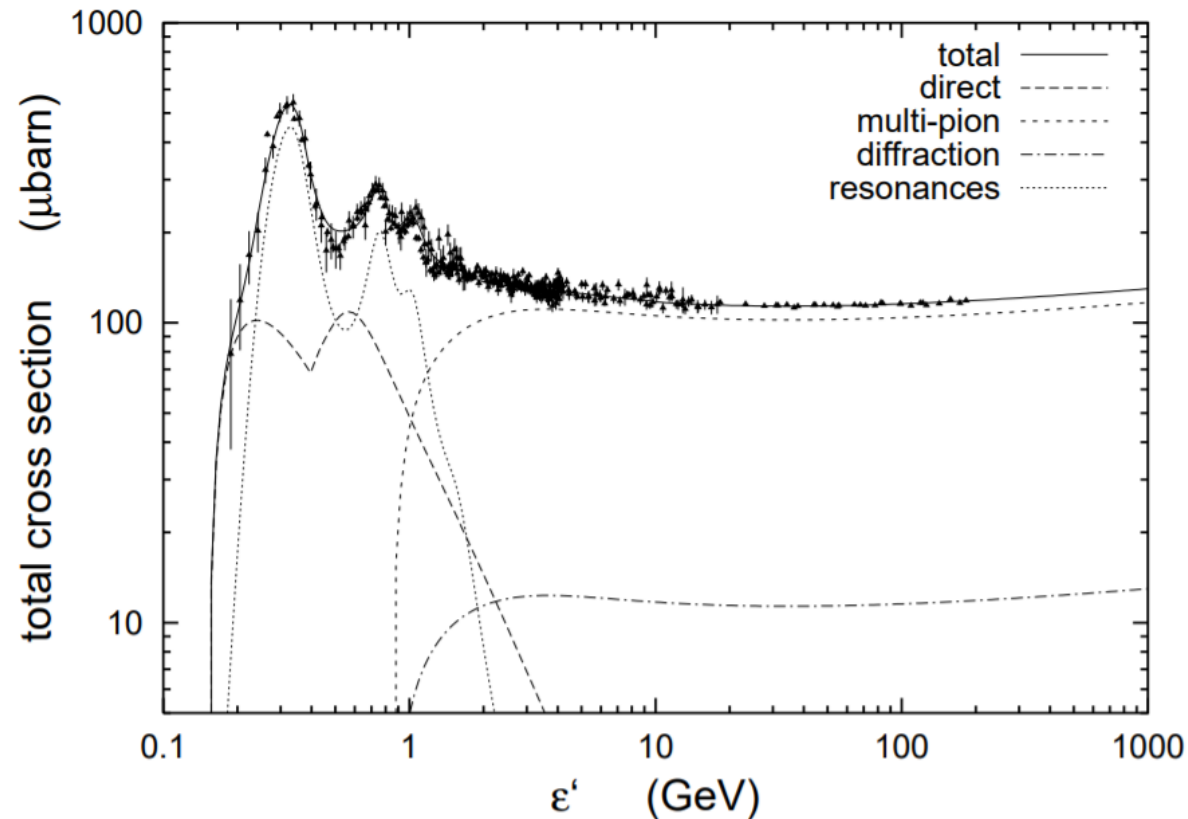
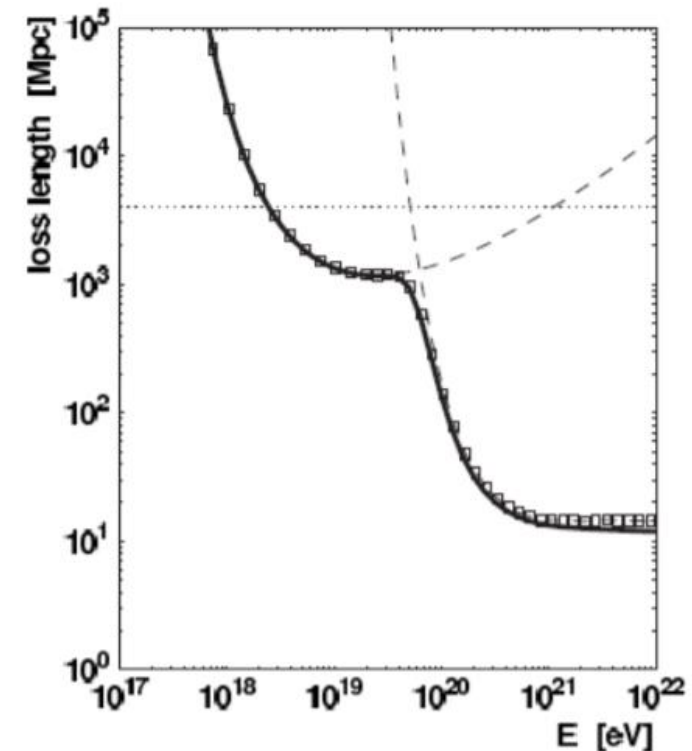
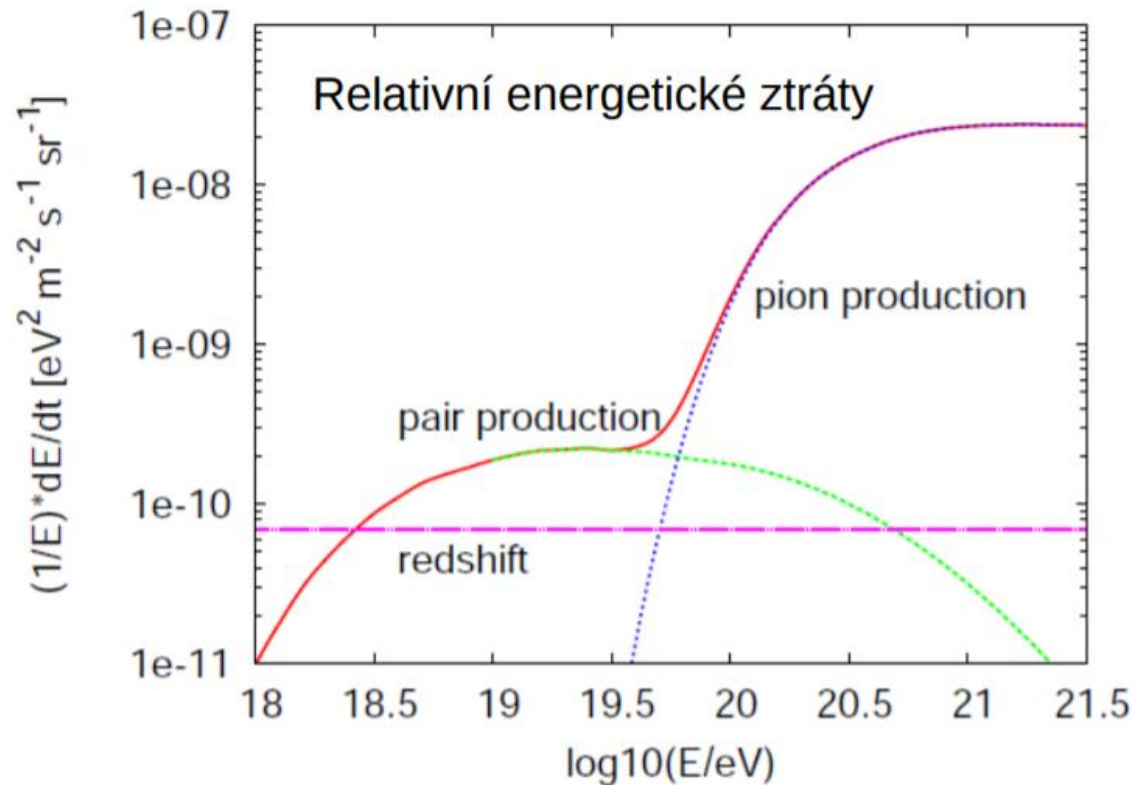


Figure 1: The total $p\gamma$ cross section with the contributions of the baryon resonances considered in this work, the direct single-pion production, diffractive scattering, and the multipion production as a function of the photon's NRF energy ($1 \mu\text{barn} = 10^{-30} \text{ cm}^2$). Data are from Baldini et al. (1988).

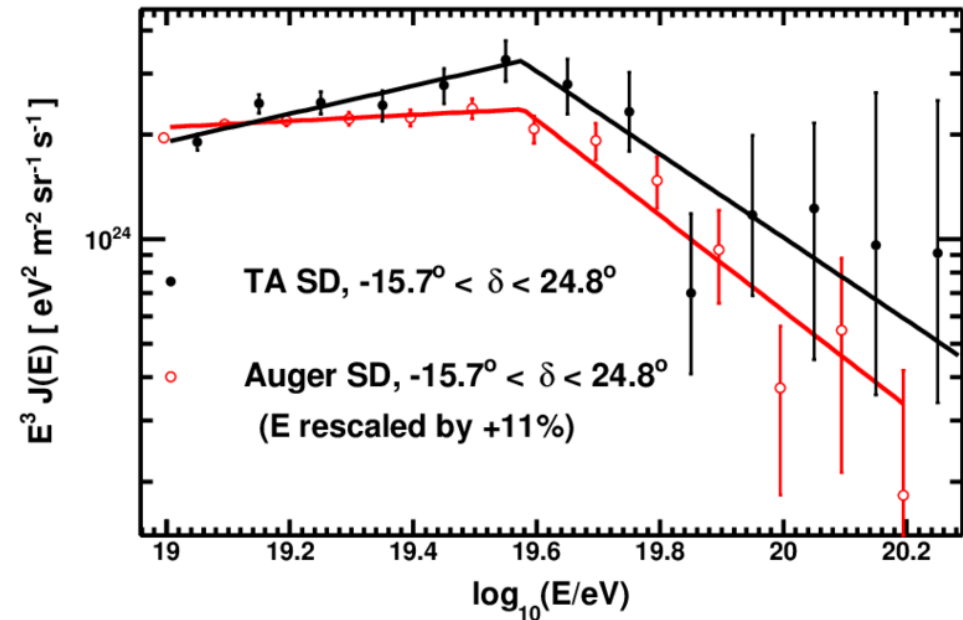
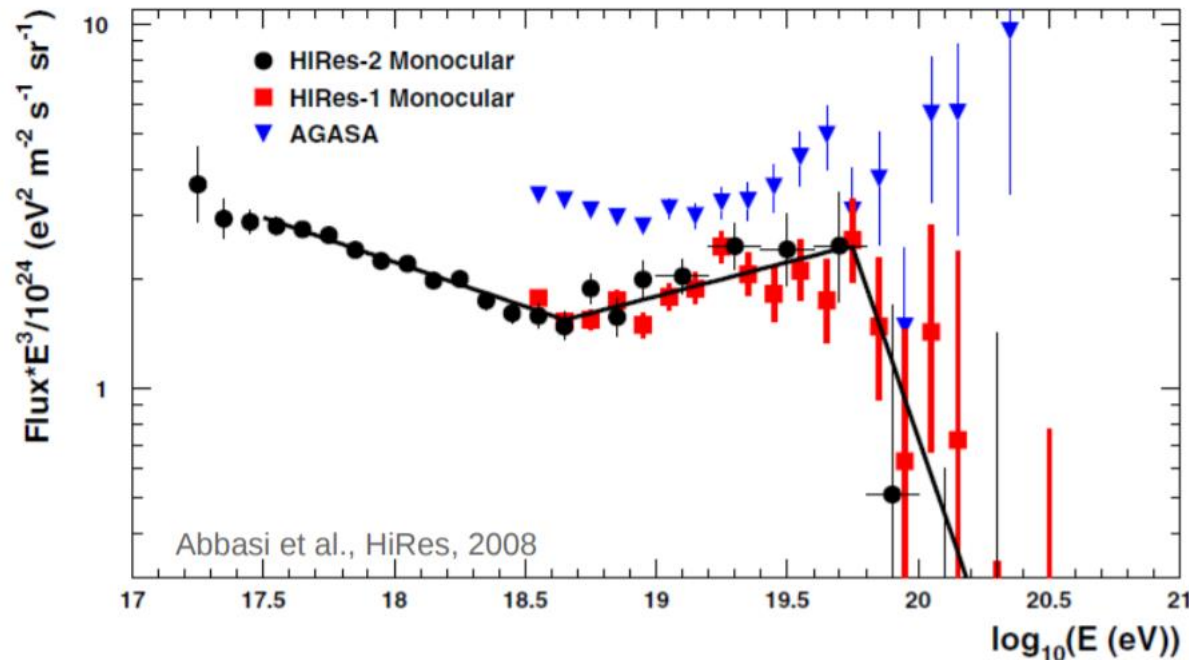
Energetické ztráty – GZK

- Prudký nárůst energetických ztrát kolem $\sim 5 \cdot 10^{19}$ eV
- Ztráty o 2 řády vyšší



Energetické ztráty – GZK měření

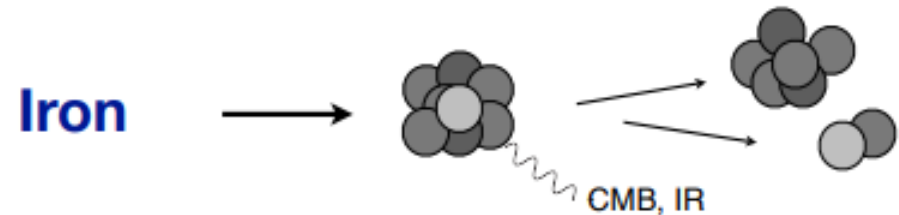
- AGASA GZK v datech neviděla, HiRes ano
- Pozorování potlačení toku na nejvyšších energiích změřil také Auger a Telescope Array



Energetické ztráty – fotodesintegrace jader

- Kosmické záření se $Z > 1$ může podléhat fotodesintegraci jádra
- CMB foton je absorbován v jádře \rightarrow jádro se dostává do excitovaného stavu, což může vést k fragmentaci jádra na dvě a více částí
- Při nízkých energiích fotonu dochází nejčastěji k tzv. gigantické dipólové rezonanci, při níž dochází převážně k emitaci jednoho nukleonu z jádra
- Při vyšších energiích dochází k tzv. kvazi-deuteronovému procesu
- Efektivní energetické ztráty

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}_{eff} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \sum_i \frac{i}{A} R_{A,i}(E)$$

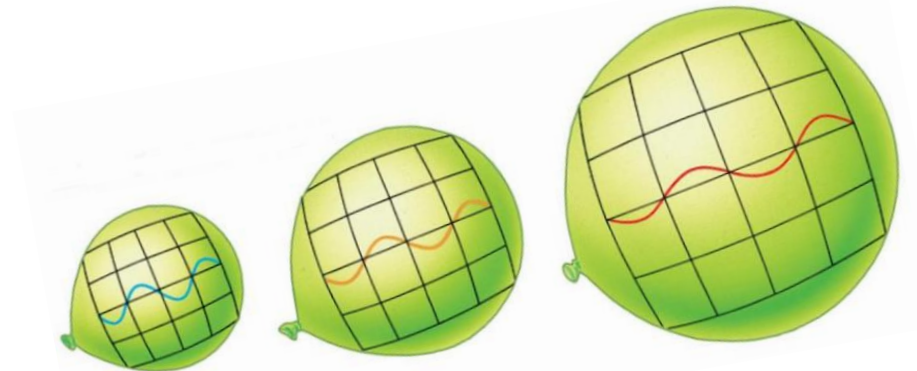


Energetické ztráty – kosmologický rudý posuv

- Na nízkých energiích jsou dominantní energetické ztráty plynoucí z kosmologického rudého posuvu

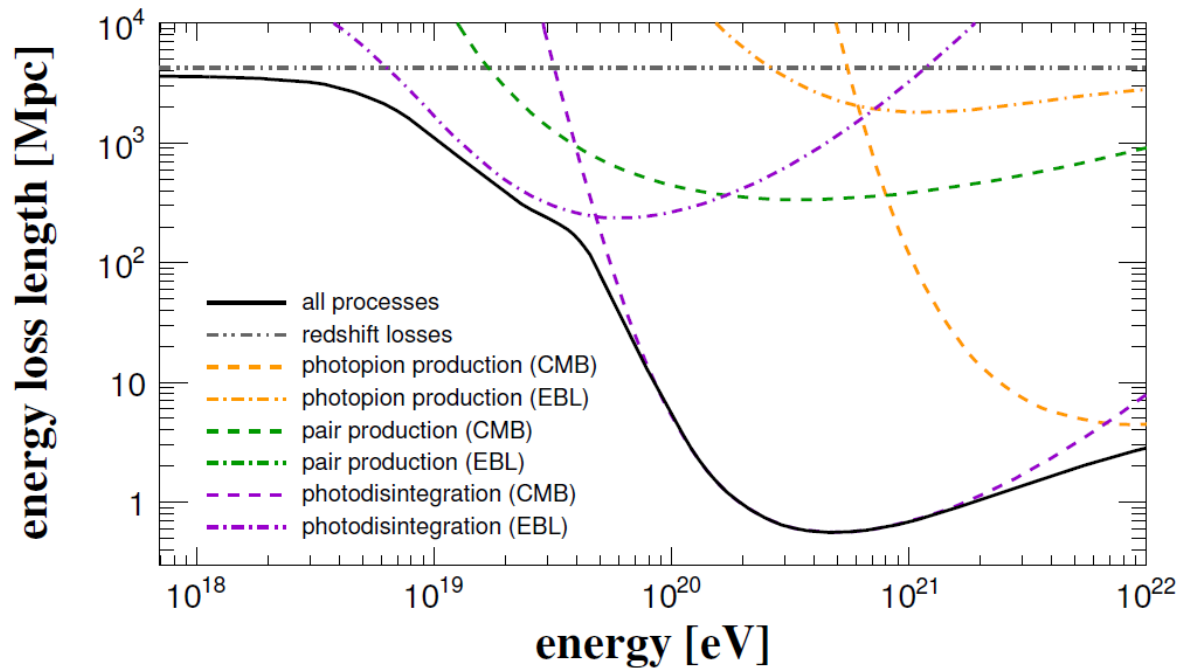
$$-\frac{1}{E} \left(\frac{dE}{dt} \right) = H_0$$

- Tyto ztráty jsou adiabatické a jsou dány rozpínáním vesmíru
- Pozor, liší se od Dopplerova rudého posuvu, který je způsobený vzájemným pohybem zdroje a pozorovatele

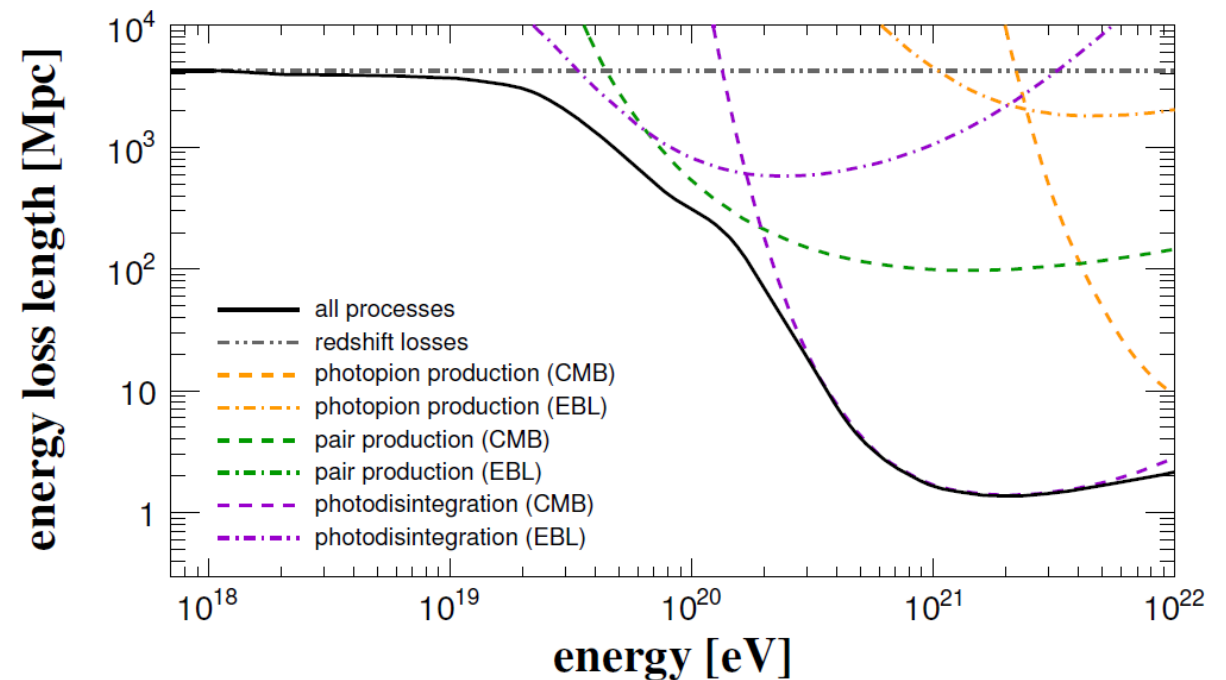


Energetické ztráty

Energy loss length („radiční délka“) = vzdálenost, za kterou částice ztratí 1/e své původní energie



N

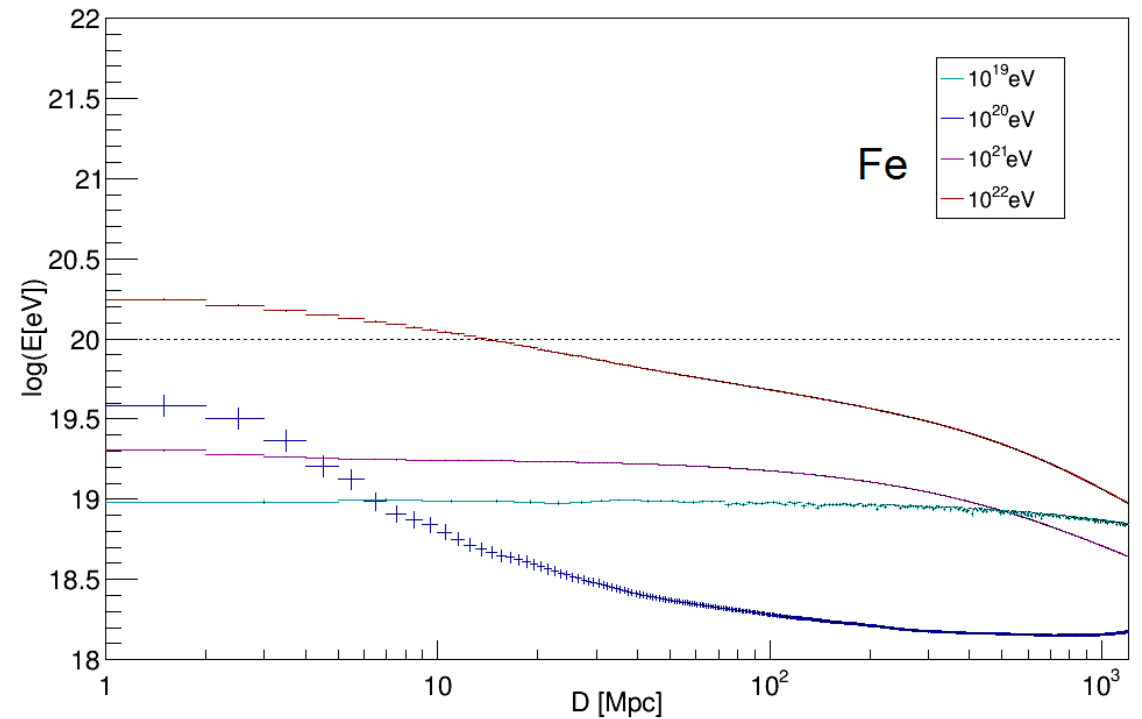
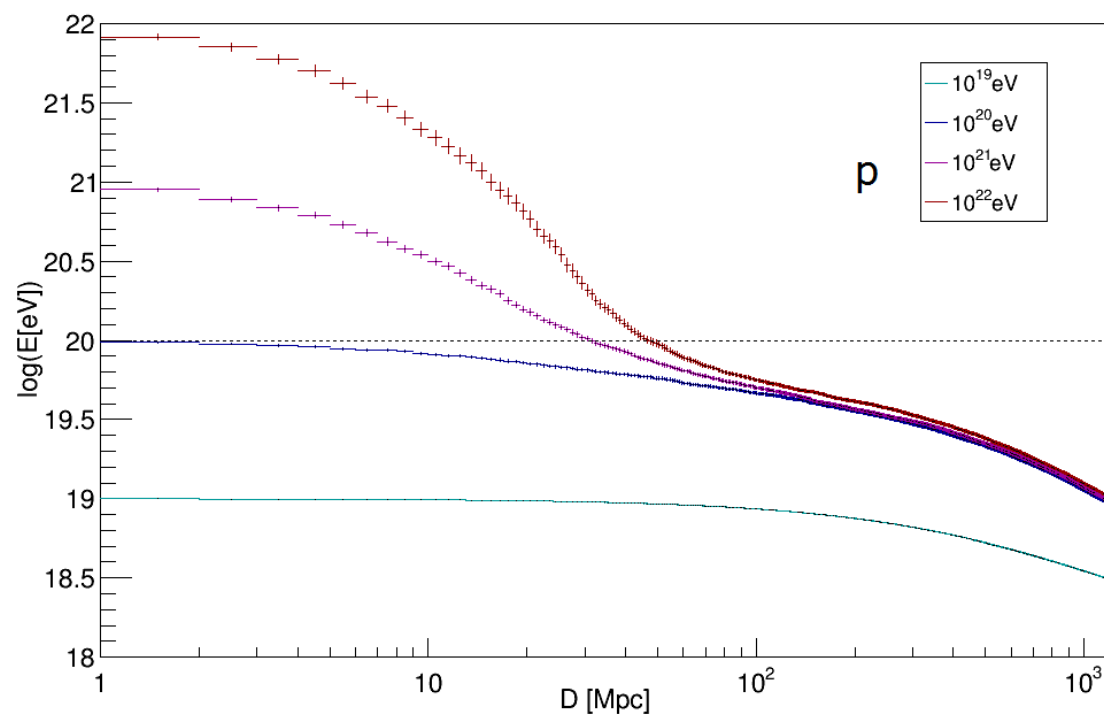


Fe

Energetické ztráty díky interakcím s fotony CMB jsou v naší galaxii zanedbatelné – vliv na částice kosmického záření extragalaktického původu je ale značný!

Energetické ztráty

Energy loss length („radiční délka“) = vzdálenost, za kterou částice ztratí $1/e$ své původní energie



Energetické ztráty díky interakcím s fotony CMB jsou v naší galaxii zanedbatelné – vliv na částice kosmického záření extragalaktického původu je ale značný!

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E} [b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha} \right) n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E} [b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla \mathbf{v} n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha} \right) n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

↑
Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Inelastické interakce + rozpady částic – interakce se střední volnou dráhou λ a rozpady s poločasem rozpadu τ

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Inelastické interakce + rozpady částic – interakce se střední volnou drahou λ a rozpady s poločasem rozpadu τ

Fragmentace těžších jader na částicích v mezihvězdném prostoru s hmotností m a hustotou ρ