

Šíření kosmického záření vesmírem

Jednotky a typické vzdálenosti

- $\hbar = c = 1$
- Hmotnost, energie, hybnost ... eV
- Vzdálenost:

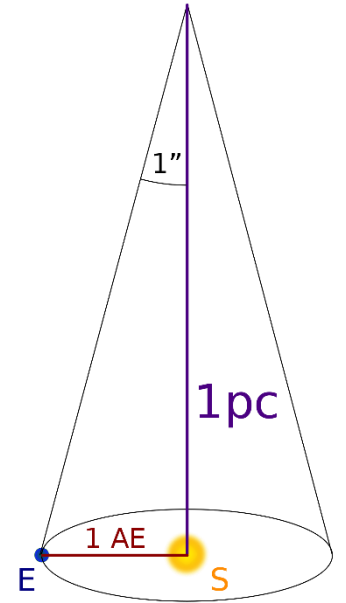
Světelný rok **$1 \text{ ly} = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$**

Parsek = vzdálenost, z níž má 1 astronomická jednotka úhlový rozměr jedné vteřiny

$$1 \text{ pc} = 3,262 \text{ ly}$$

- Magnetická indukce:

Gauss **$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$**



Nejbližší hvězda $\approx 1,3 \text{ pc}$

Vzdálenost Slunce od galaktického středu $\approx 8.5 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (disk) $\approx 28 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (gal. halo) $\approx 40 \text{ kpc}$

Vzdálenost Slunce od galaxie v Andromedě $\approx 780 \text{ kpc}$

Vzdálenost Slunce od galaxie Messier 87 $\approx 16 \text{ Mpc}$

Nejvzdálenější galaxie GN-z11 $\approx 4,1 \text{ Gpc}$

Jednotky a typické vzdálenosti

- $\hbar = c = 1$
- Hmotnost, energie, hybnost ... eV
- Vzdálenost:

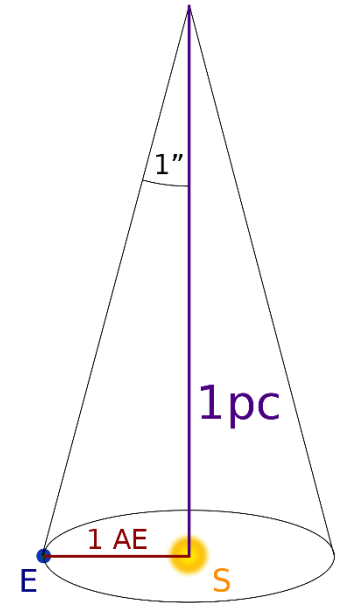
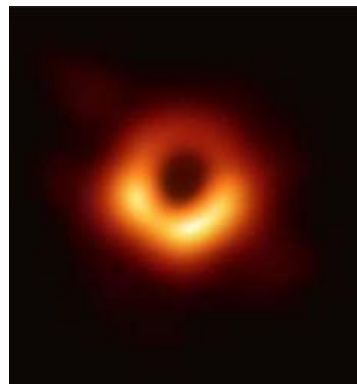
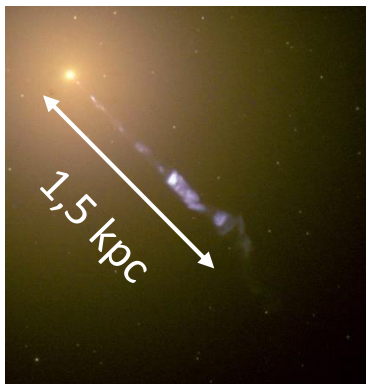
Světelný rok $1 \text{ ly} = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$

Parsek = vzdálenost, z níž má 1 astronomická jednotka úhlový rozměr jedné vteřiny

$$1 \text{ pc} = 3,262 \text{ ly}$$

- Magnetická indukce:

Gauss $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$



Nejbližší hvězda $\approx 1,3 \text{ pc}$

Vzdálenost Slunce od galaktického středu $\approx 8.5 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (disk) $\approx 28 \text{ kpc}$

Průměr galaxie (gal. halo) $\approx 40 \text{ kpc}$

Vzdálenost mezi Sluncem od galaxie v Andromedě $\approx 780 \text{ kpc}$

Vzdálenost Slunce od Messier 87 $\approx 16 \text{ Mpc}$

Nejvzdálenější galaxie GN-z11 $\approx 4,1 \text{ Gpc}$

Jak se liší částice kosmického záření produkovaná zdrojem a ta, která doletí na Zemi?

Kosmické záření se Vesmírem nešíří volně, ale je do velké míry ovlivňováno okolním prostředím

1. Interakce s fotonovými poli ve vesmíru – dochází k energetickým ztrátám a v případě těžších primárních částic může dojít i ke změně chemického složení
2. Kosmologický rudý posuv – energetické ztráty
3. Magnetická pole ovlivní trajektorii částice

Jak se liší částice kosmického záření produkovaná zdrojem a ta, která doletí na Zemi?

Neutrino

- nejsou ovlivněna magnetickými poli
- interagují pouze slabě → interakcím s hmotou téměř nedochází a neutrino tak směřují přímo ke zdroji a mohou putovat dlouhé vzdálenosti
- 2017 IceCube detekoval neutrino z blazaru TXS 0506-056, který je vzdálený 1,75 Gpc

γ -rays

- Nejsou ovlivněny magnetickými poli
- Interagují s fotony za vzniku elektron-pozitronového páru
- Tento proces vede ke konečnému horizontu, odkud lze vysokoenergetické γ pozorovat

Hadrony

- Jsou vychýleny magnetickými poli
- Interagují s fotony → energetické ztráty + změna složení
- Radiační ztráty synchrotronním zářením jsou zanedbatelné
- Mohou interagovat s hmotou v mezihvězdném/meziganalaktickém prostoru – zanedbatelná hustota – zanedbatelné ztráty

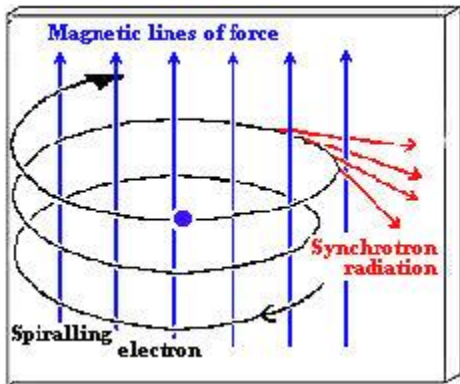
Elektrony

- Jsou vychylovány magnetickými poli
- Energetické ztráty dominovány synchrotronním zářením a ICS

Synchrotronní záření


- EM záření, které je produkováno při radiálním urychlení nabitě částice → spirální pohyb částic v magnetickém poli
- Relativistický případ: celkový vyzářený výkon při pohybu po kruhové dráze ($v = const.$)

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{(m_0 c^2)^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{d\tau}\right)^2 = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{\gamma}{(m_0 c^2)^2} \left(\frac{d\mathbf{p}}{dt}\right)^2$$



$$\frac{dp}{dt} = p\omega = p \frac{v}{R}$$

$$P_s = \frac{e^2 c}{6\pi\epsilon_0} \frac{1}{(m_0 c^2)^4} \frac{E^4}{R^2}$$

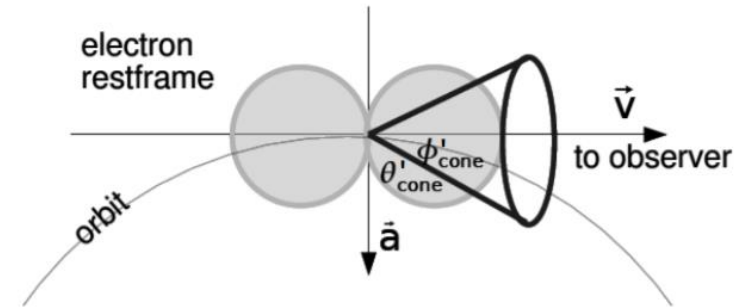
- Synchrotronní záření pro protony a elektrony: $\frac{P_s(e)}{P_s(p)} = \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^4 = 1,13 \cdot 10^{13}$ 

Synchrotronní záření

- Vyzářený výkon úměrný $E^2 B^2$
- Částice s vyšší energií více vyzařují a částice o dané energii vyzařuje více v silnějším magnetickém poli \rightarrow deformace spekter na vyšších energiích

- Klidová soustava částice:

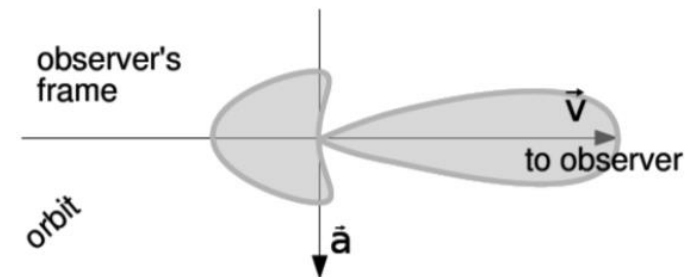
Záření má dipólový charakter $\frac{dP}{d\Omega} \propto \sin^2 \theta'$



- Laboratorní soustava

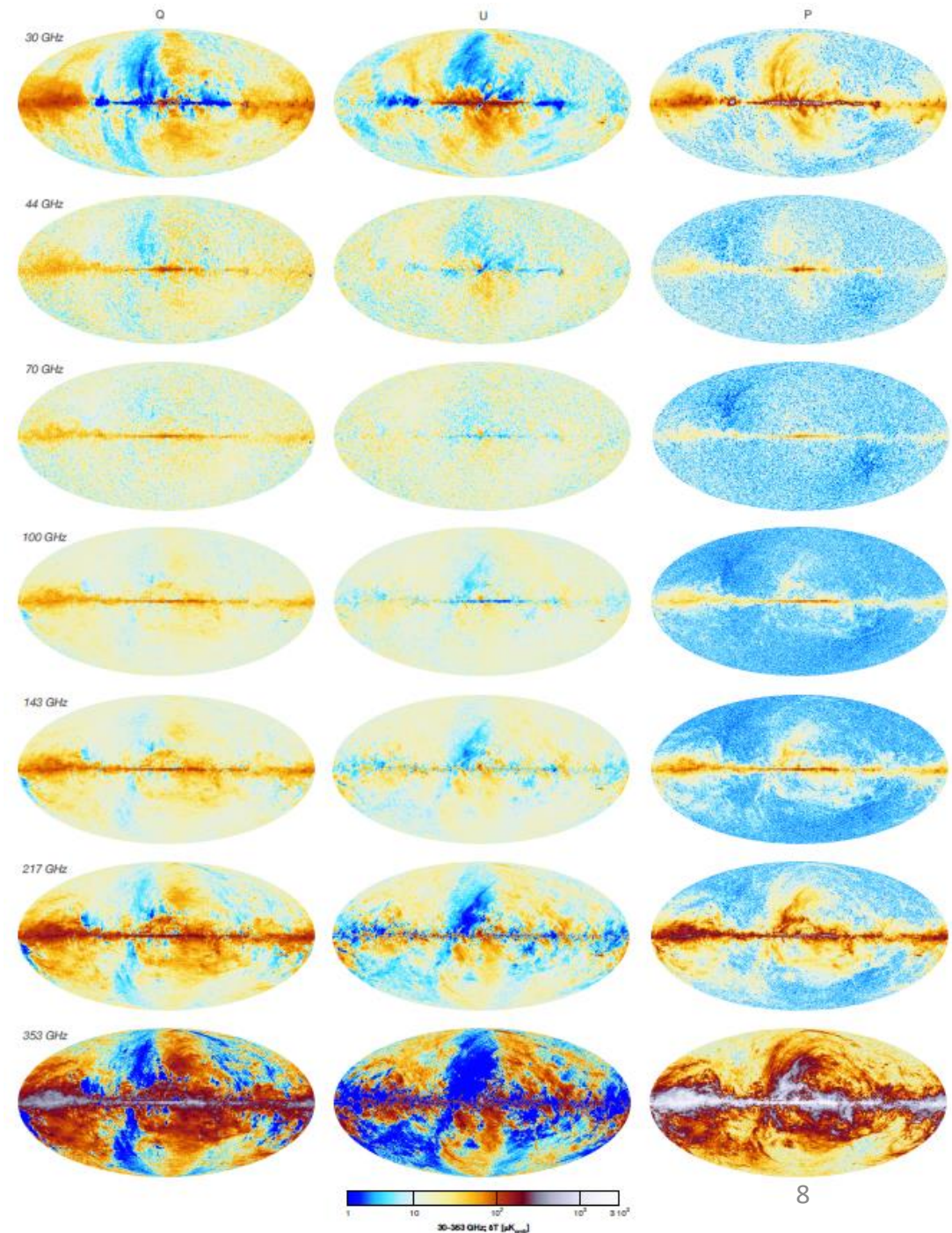
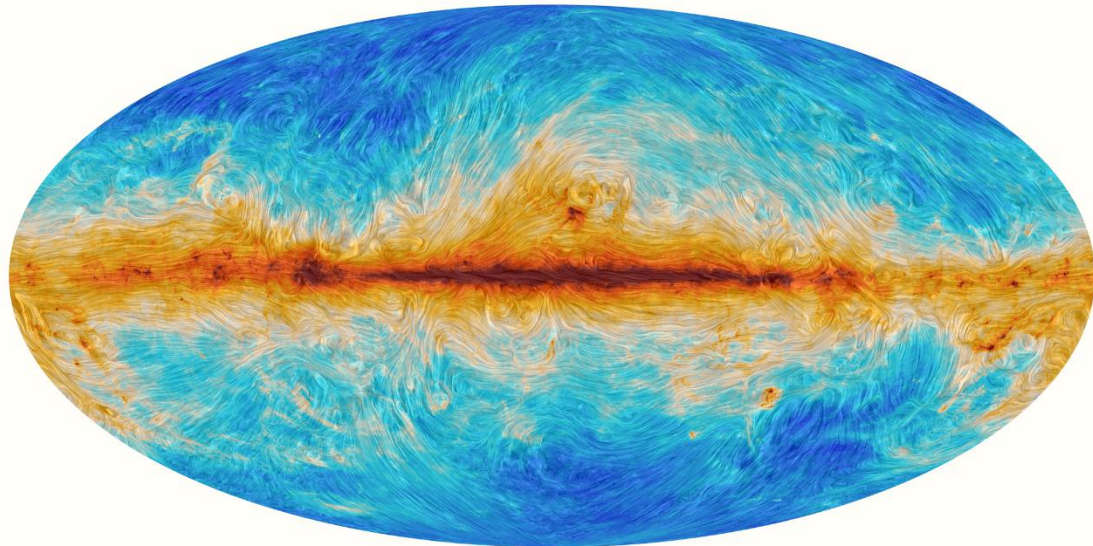
Transformace úhlů \rightarrow záření emitováno v kuželi o úhlu

$$\varphi \sim \frac{1}{\gamma}$$



Synchrotronní záření

- Synchrotronní záření se používá k mapování magnetického pole naší galaxie
- Výsledky sondy Planck:



Faradayova rotace

- Míra polarizace synchrotronního záření při průchodu magnetickým polem

$$\|p\| = \frac{3\gamma + 3}{3\gamma + 7}$$

- Pro $\gamma = 3$ je to 75%

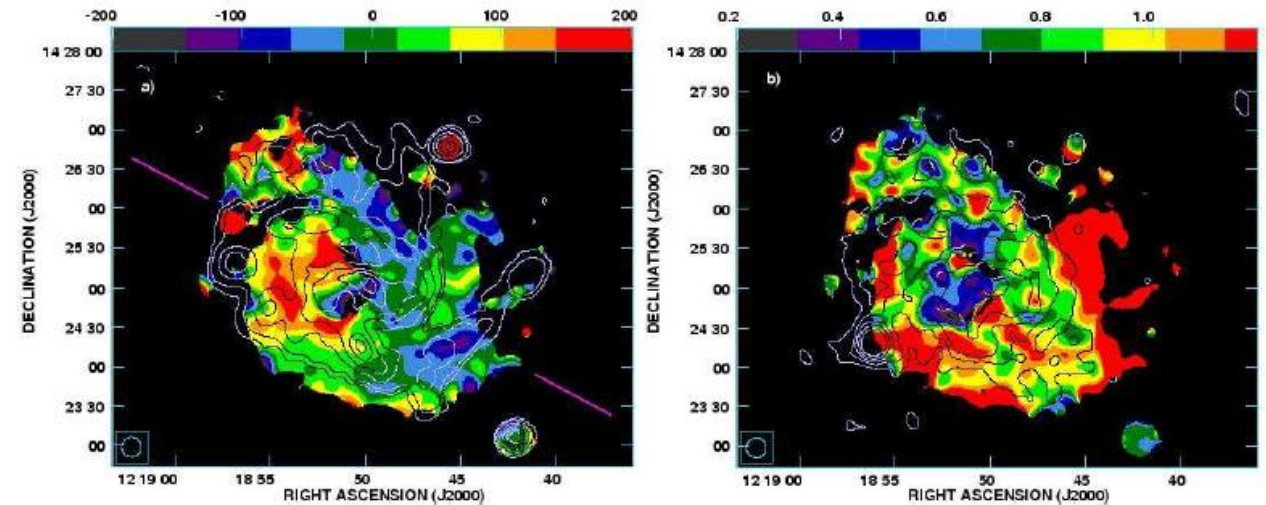
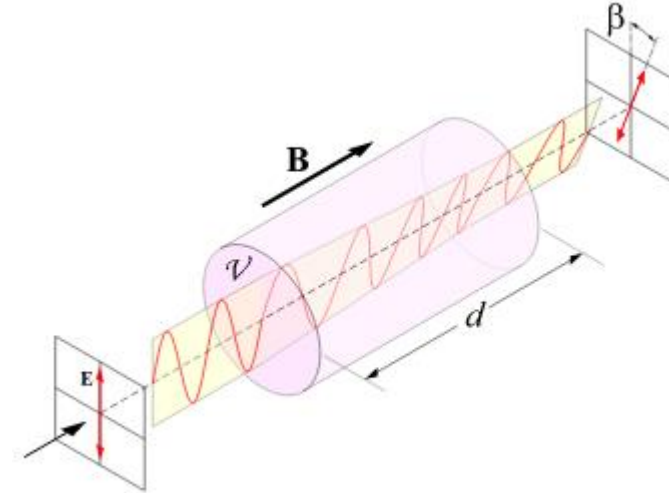
- Stáčení roviny polarizace

$$\phi = \phi_0 + RM \cdot \lambda^2$$

kde

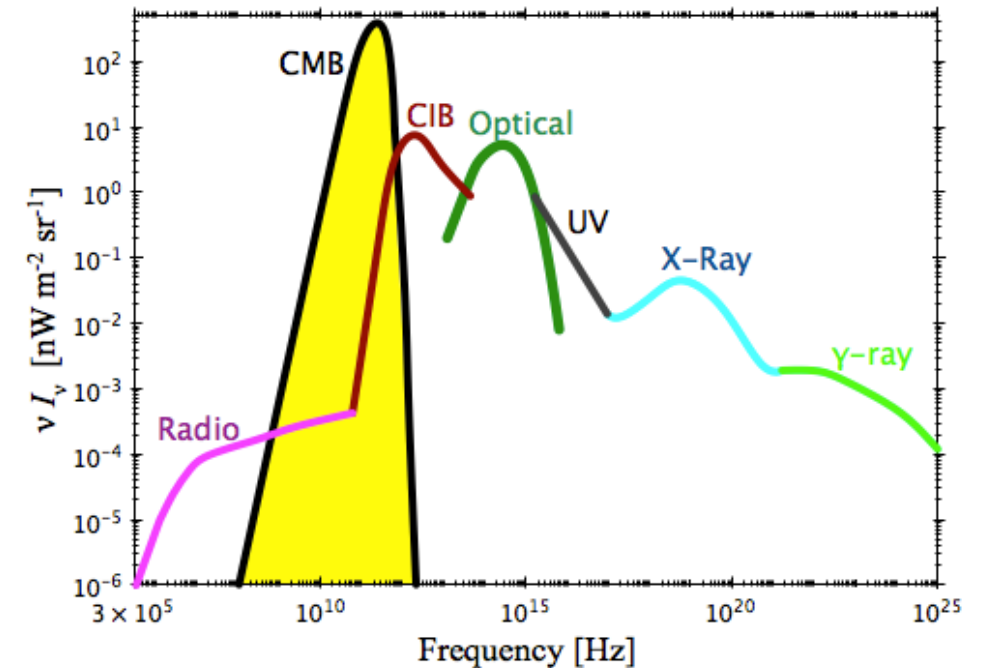
$$RM = 0,81 \int_0^{l_s} n_e(l) B_{\parallel}(l) dl$$

- Poskytuje 3D informace o magnetickém poli



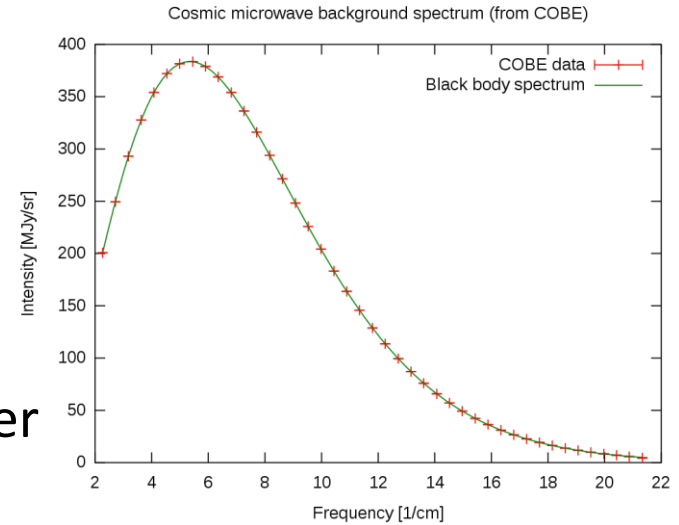
Fotonová pozadí ve vesmíru

- DEBRA = diffuse extragalactic background radiation
- Obsahuje fotony extragalaktického původu na všech vlnových délkách ($\sim 10^{-7}$ eV - ~ 100 GeV)
- EBL = extragalactic background light – všechny vlnové délky kromě CMB, fotony vzniklé při formaci hvězd, AGN ...
- EBL hraje roli při šíření vysokoenergetického kosmického záření a vysokoenergetických fotonů



Reliktní záření (CMB)

- 1965 A. Penzias, R. Wilson objevili izotropní mikrovlnné záření
- CMB vzniklo v momentě kdy se vesmír stal průhledným pro fotony
- Rekombinace = nabitě elektrony a protony se vážou do neutrálních jader
 - $T_{rec} \approx 0,3 \text{ eV}$
- Absence volných elektronů zvýšila střední dlouho dráhu fotonů natolik, že od té doby neinteragovaly = decoupling fotonů od hmoty
 - $T_{dec} \approx 0,26 \text{ eV}$



FRIEDMANNOVA ROVNICE

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho_{tot}}{3} - \frac{kc^2}{R^2}$$

$$\rho_m \propto R^{-3}, \rho_r \propto R^{-4}$$

$$t = t_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{3/2}$$



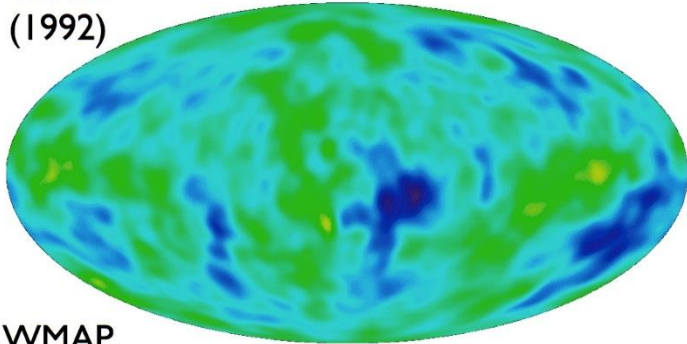
$$t_{rec} \approx 300\,000 \text{ let}$$

$$t_{dec} \approx 380\,000 \text{ let}$$

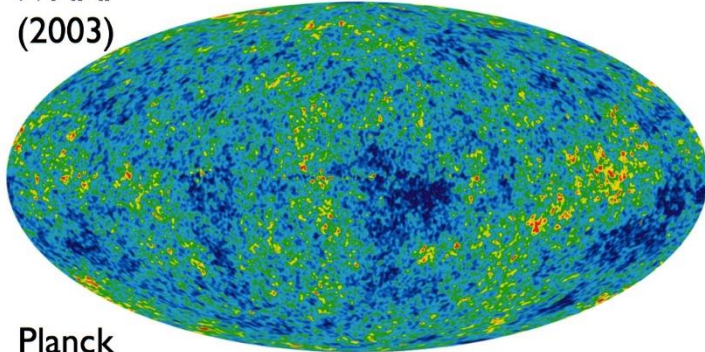
- Teplotní spektrum CMB odpovídá vyzařování absolutně černého tělesa s píkem ve 2,725 K
- CMB je do velké míry izotropní s velmi malými výchylkami teploty $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$
- anisotropie ukazují na perturbace hustoty hmoty na sféře posledního rozptylu

Reliktní záření (CMB)

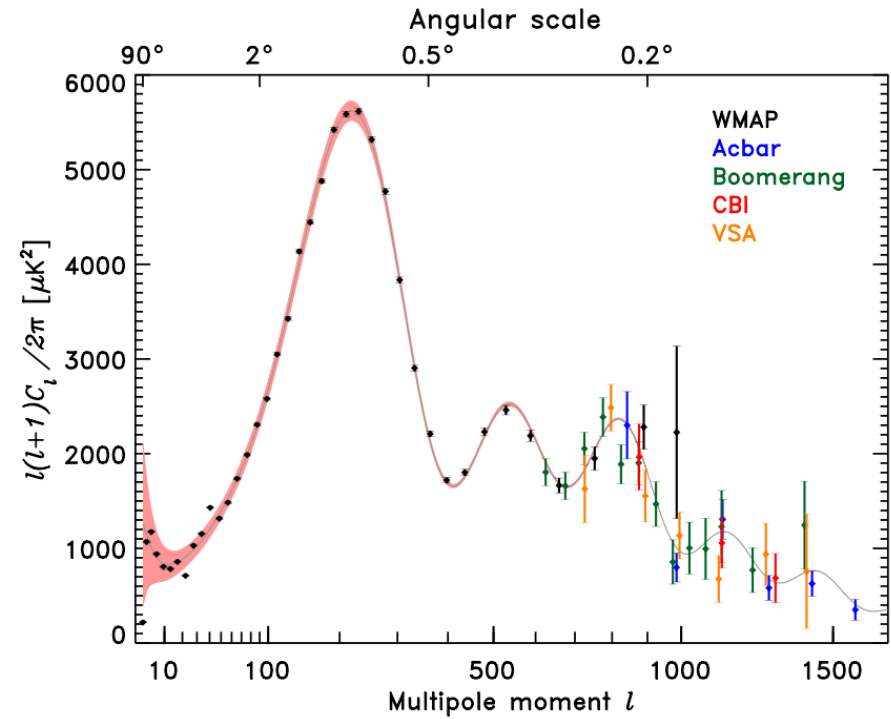
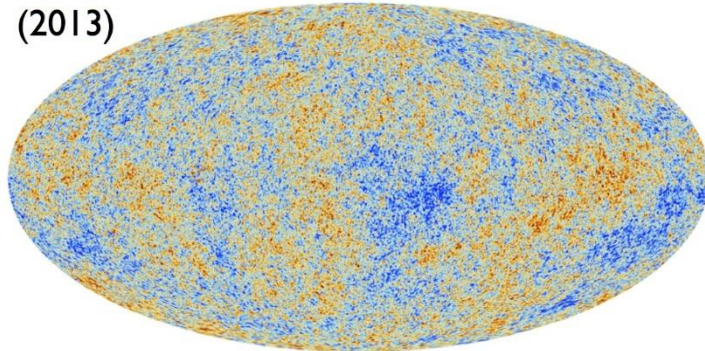
COBE
(1992)



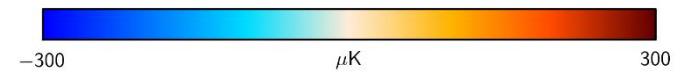
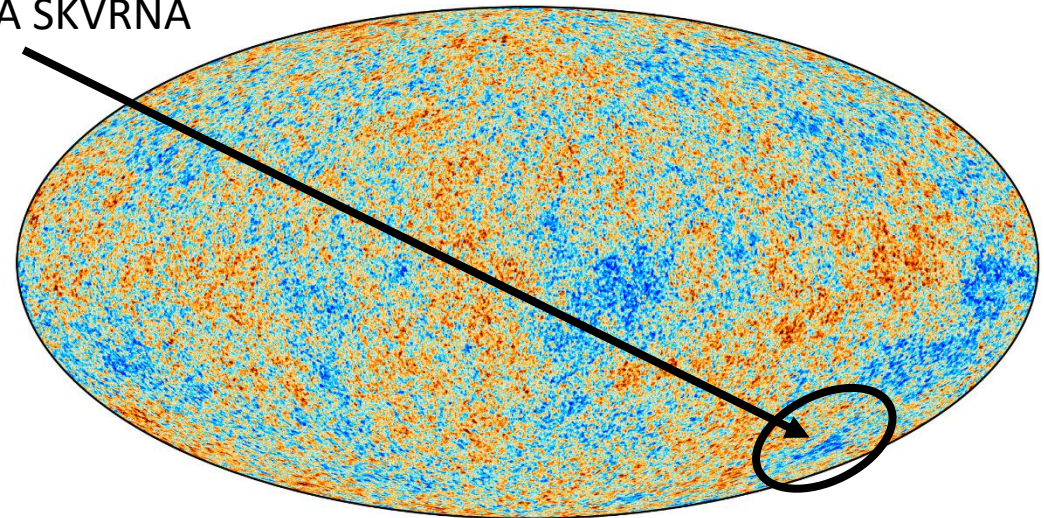
WMAP
(2003)



Planck
(2013)

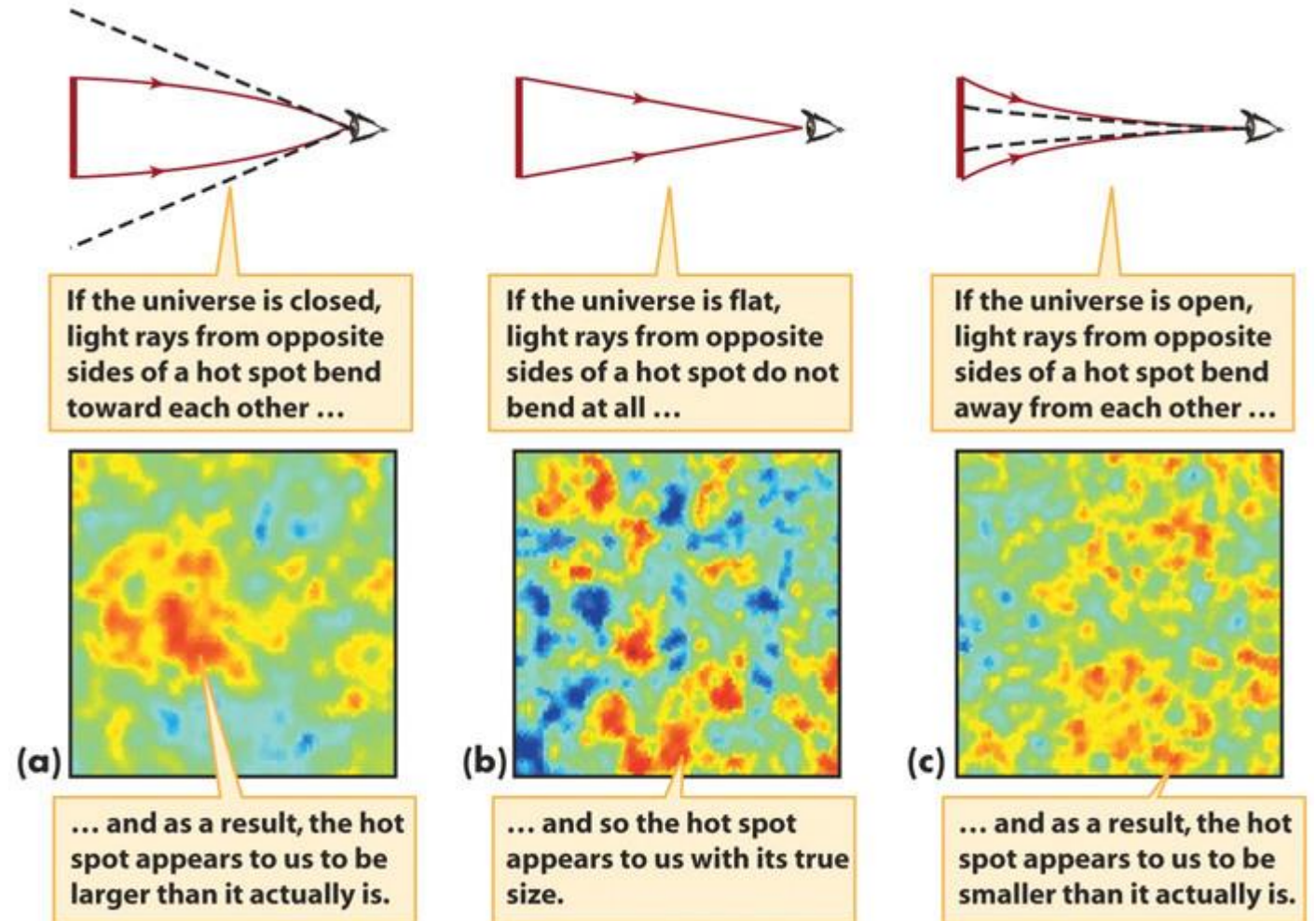


STUDENÁ SKVRNA



Reliktní záření (CMB)

- Na různých úhlových škálách anisotropií se díváme na rozdílně velké struktury fluktuací v raném vesmíru
- Jak velké oblasti daná úhlová škála odpovídá také závisí na zakřivení vesmíru



Pohyb částic v magnetickém poli

- Šíření částic kosmického záření je ovlivněno magnetickými poli v mezihvězdném i mezigalaktickém prostoru

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Lorentzova síla

- Nabitá částice je vychylována magnetickým polem v kolmém směru ke svému pohybu a pohybuje se po kružnici s poloměrem $r_L = \mathbf{Larmorův\ poloměr\ (gyrační\ poloměr)}$

$$r_L = \frac{p_{\perp}}{qB}$$

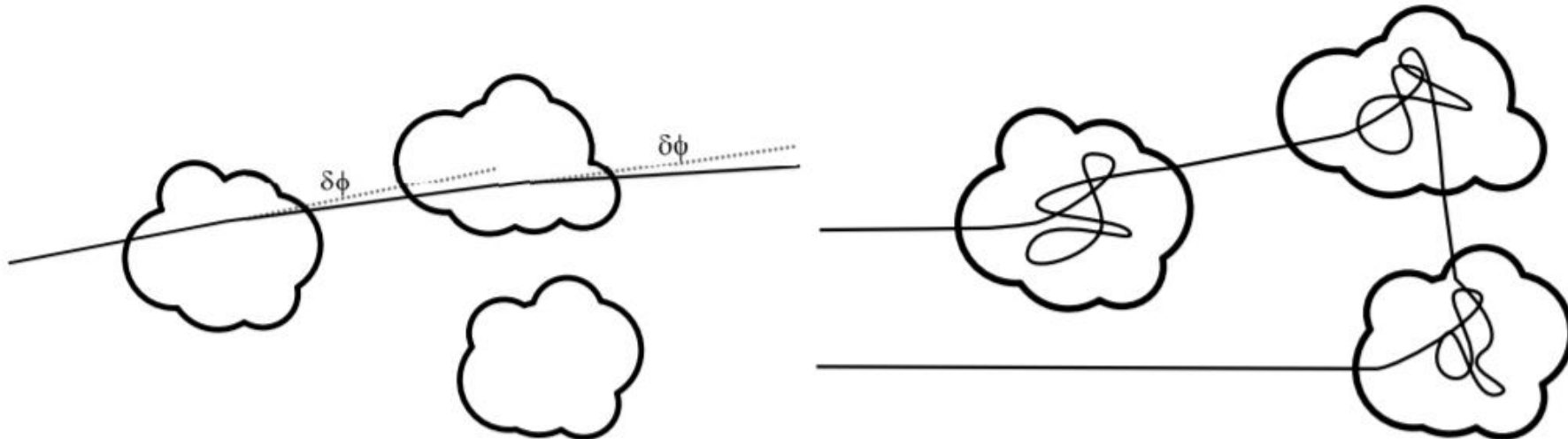
$$\left(\frac{r_L}{\text{pc}}\right) = 1,1 \left(\frac{E}{\text{PeV}}\right) \left(\frac{\mu\text{G}}{B}\right) \frac{1}{Z}$$

- Míra zakřivení trajektorie závisí na tzv. **rigiditě** částice $R = \frac{E}{q}$
- Jádro železa s energií 10^{18} eV má gyrační poloměr stejný jako proton s energií $0,38 \cdot 10^{17}$ eV

Pohyb částic v magnetickém poli

Podle hodnoty gyračního poloměru můžeme rozdělit šíření částice na dva případy (r_B je velikost oblasti magnetického pole)

1. $r_L \gg r_B$ - částice není příliš ovlivněna magnetickým polem a k větším výchylkám dochází až po průchodu velkým počtem takovýchto B-polí
2. $r_L \ll r_B$ - částice je magnetickým polem vychýlena natolik, že „zapomíná“ směr, ze kterého přiletěla a je izotropizována



- V reálném případě při šíření dochází ke stavu mezi těmito mezními případy a pro popis pohybu částice se využívá **difúzní model**

Pohyb částic v magnetickém poli

Difúze

- Proces, při kterém se částice pohybují náhodnými pohyby ve směru gradientu hustoty a to ve směru z větší hustoty do nižší
- Tok j částic způsobený difúzí je popsán prvním Fickovým zákonem

$$\mathbf{j} = -D\nabla n$$

D ... difúzní koeficient
 n ... hustota částic

- Rychlost difúze D je dána rozptylem částic na magnetickém polích
- Změna hustoty způsobená difúzí je dána difúzní rovnicí

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0$$

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = \nabla [D(x, t) \nabla n(x, t)]$$

Druhý Fickův zákon

Pohyb částic v magnetickém poli

- Nezávisí-li D na poloze, difúzní rovnice se zjednoduší na

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = D\Delta n(x, t)$$

- A při sféricky symetrickém řešení dostaneme

$$n(r, t) = \frac{n_0}{\sqrt{4\pi D t}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right)$$

- Poměr $n(r, t)/n_0$ udává pravděpodobnost nalezení částice v čase t ve vzdálenosti r od středu
- Střední hodnota tohoto rozdělení udává nejpravděpodobnější vzdálenost R , ve které nalezneme částici a platí

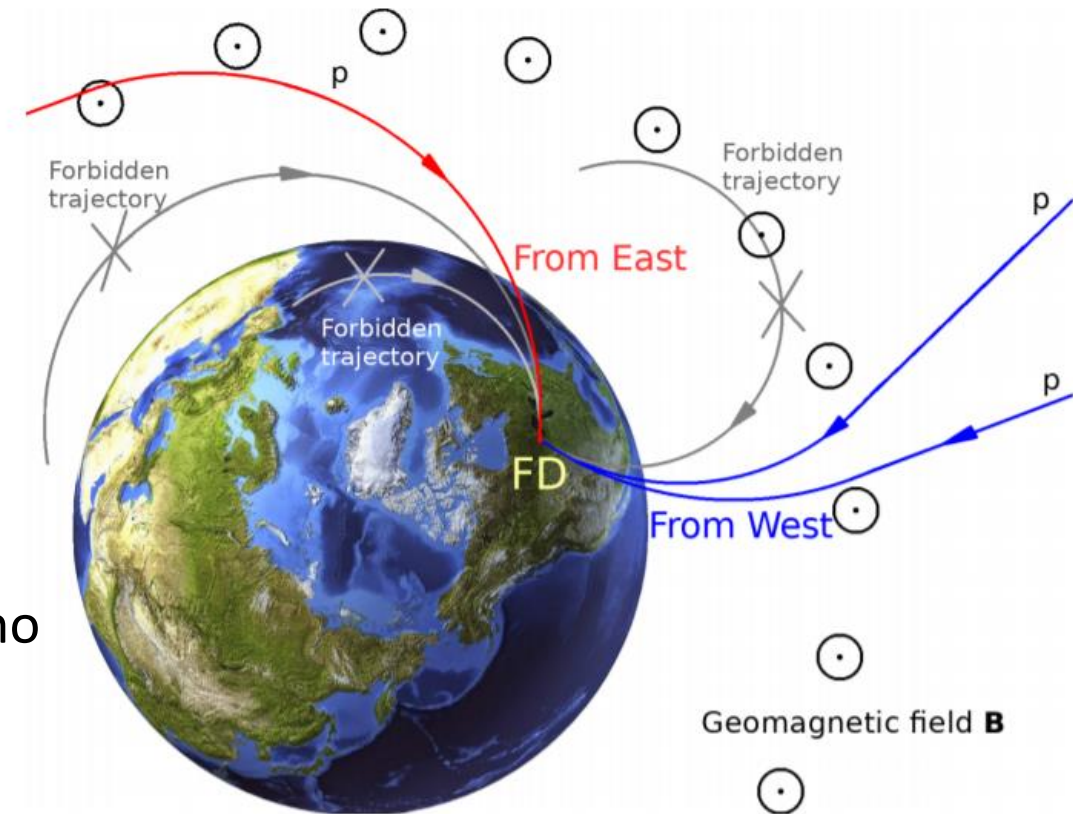
$$R \propto \sqrt{Dt}$$

⇒ vzdálenost částice od počátku roste jako \sqrt{t} , což je mnohem pomalejší než pro případ bez difúze, kde $R \propto t$

- Analogií s náhodnou procházkou můžeme zapsat difúzní koeficient jako $D = \frac{1}{3}\lambda v$, kde v je rychlost částice a λ je střední volná dráha částice

East-West effect

- Kosmické záření na nízkých energiích je ovlivněno magnetickým polem Země
- Tok nízkoenergetického KZ z východu by měl být potlačen ve srovnání s tokem KZ ze západu díky stínění některých drah magnetickým polem
- Tento efekt byl pozorován ve 30. letech 20. stol. a bylo tak odvozeno, že většina kosmického záření dopadajícího za Zemi má kladný náboj

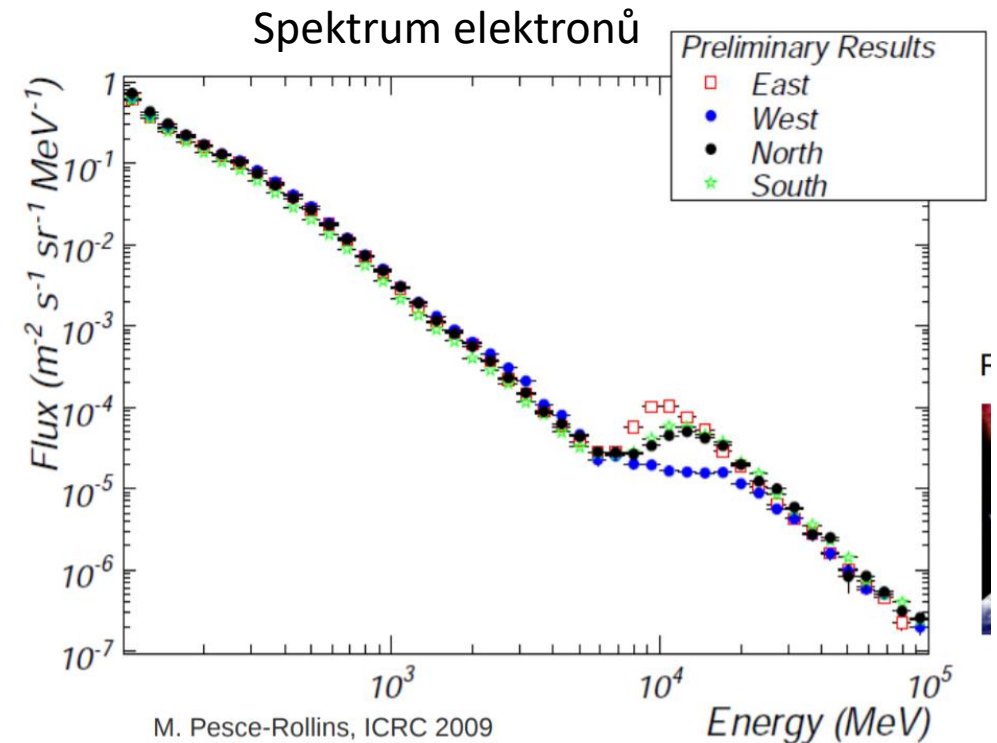


East-West effect - příklad

(14) Pro jaké energie protonu je magnetické pole Země nezanedbatelné? Víme, že magnetický moment je $A = 8 \cdot 10^{22} \text{A} \cdot \text{m}^2$

East-West effect

- Kosmické záření na nízkých energiích je ovlivněno magnetickým polem Země
- Tok nízkoenergetického KZ z východu by měl být potlačen ve srovnání s tokem KZ ze západu díky stínění některých drah magnetickým polem
- Tento efekt byl pozorován ve 30. letech 20. stol. a bylo tak odvozeno, že většina kosmického záření dopadajícího za Zemi má kladný náboj



Energetické ztráty

- Tři hlavní procesy skrze něž mohou protony kosmického záření ztrácet energii
 1. Tvorba páru $e^+ e^-$ na CMB/EBL
 2. Foto-pionová produkce na CMB/EBL
 3. Kosmologický rudý posuv
- Těžší částice kosmického záření mohou také podléhat fotodesintegraci \rightarrow tím se mění jejich složení a energie je rozdělena mezi všechny vzniklé fragmenty
- Energetické ztráty částice díky interakcím s CMB lze zapsat

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \langle y \sigma n_\gamma \rangle$$

σ ... účinný průřez reakce

n_γ ... hustota CMB fotonů

$y = (E - E')/E$... energie ztracená během interakce

Energetické ztráty – tvorba páru $e^+ e^-$

- $e^+ e^-$ pár je vytvořen v přítomnosti částice kosmického záření



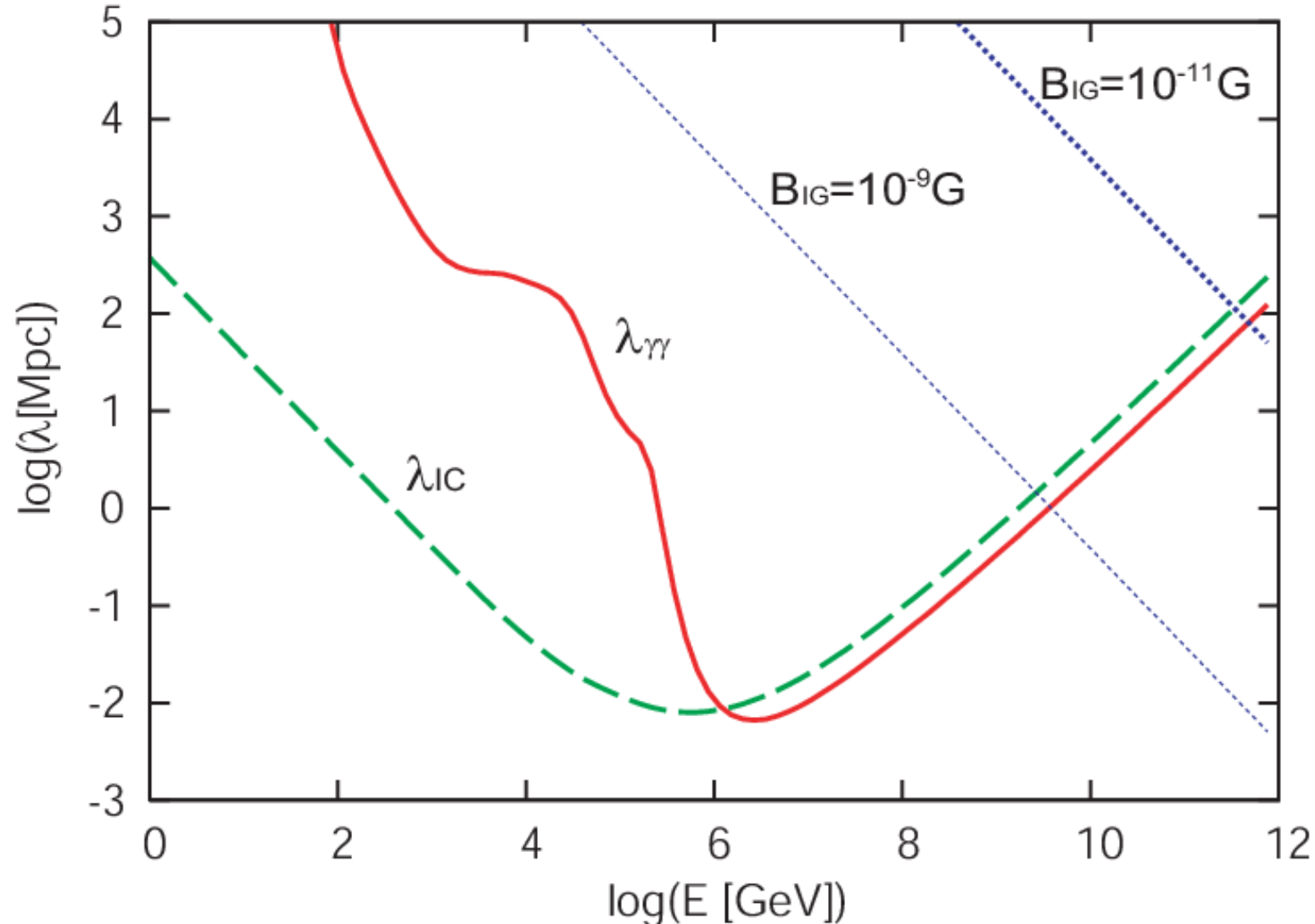
- Poměrně nízká prahová energie procesu $\sim 10^{18}$ eV, v numerických simulacích se z tohoto důvodu většinou uvažuje jako kontinuální proces
- Malé energetické ztráty
- Pro protony dominantní v rozmezí energií $\sim (10^{18} - 7 \cdot 10^{19})$ eV

(15) PŘ: Určete prahovou energii vysokoenergetického fotonu pro tvorbu $e^+ e^-$ páru na CMB fotonu. Určete také relevantní absorpční délku.

(16) PŘ: Spočítejte prahovou energii procesu $p + \gamma_{CMB} \rightarrow p + e^+ + e^-$ na CMB (DÚ)

Energetické ztráty – tvorba páru $e^+ e^-$

Střední volná dráha vysokoenergetických fotonů

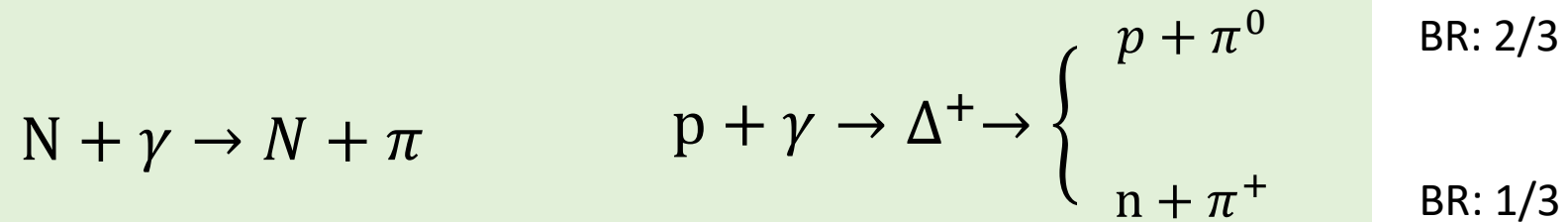


Kohta Murase, John F. Beacom 2010, arXiv:1002.3980

The mean free path of high-energy photons for pair creation and the energy loss length of electron-positron pairs for inverse-Compton in the Universe, respectively (solid and dashed lines). The dotted curves show the synchrotron cooling length for given IGMF strengths.

Energetické ztráty – foto-pionová produkce

- Nejdůležitější energetická ztráta na ultra-vysokých energiích
- Nukleon interaguje s fotonem CMB za vzniku pionu → pion odnáší část energie



- Tento proces je zodpovědný za GZK cut-off
- Vysoká prahová energie $\sim 5 \cdot 10^{19}$ eV
- Protony s vyšší energií k nám musejí přicházet ze vzdáleností $< (50-70)$ Mpc!
- Aproximace superpozičního modelu - prahová energie se zvyšuje s nukleonovým číslem částice kosmického záření

GZK- příklad

(17) Kosmické záření interaguje s fotony CMB za vzniku pionu. K tomuto procesu dochází při vysokých energiích KZ a KZ tak ztrácí energii. Vypočítejte prahovou energii tohoto procesu pro proton.

Energetické ztráty – foto-pionová produkce

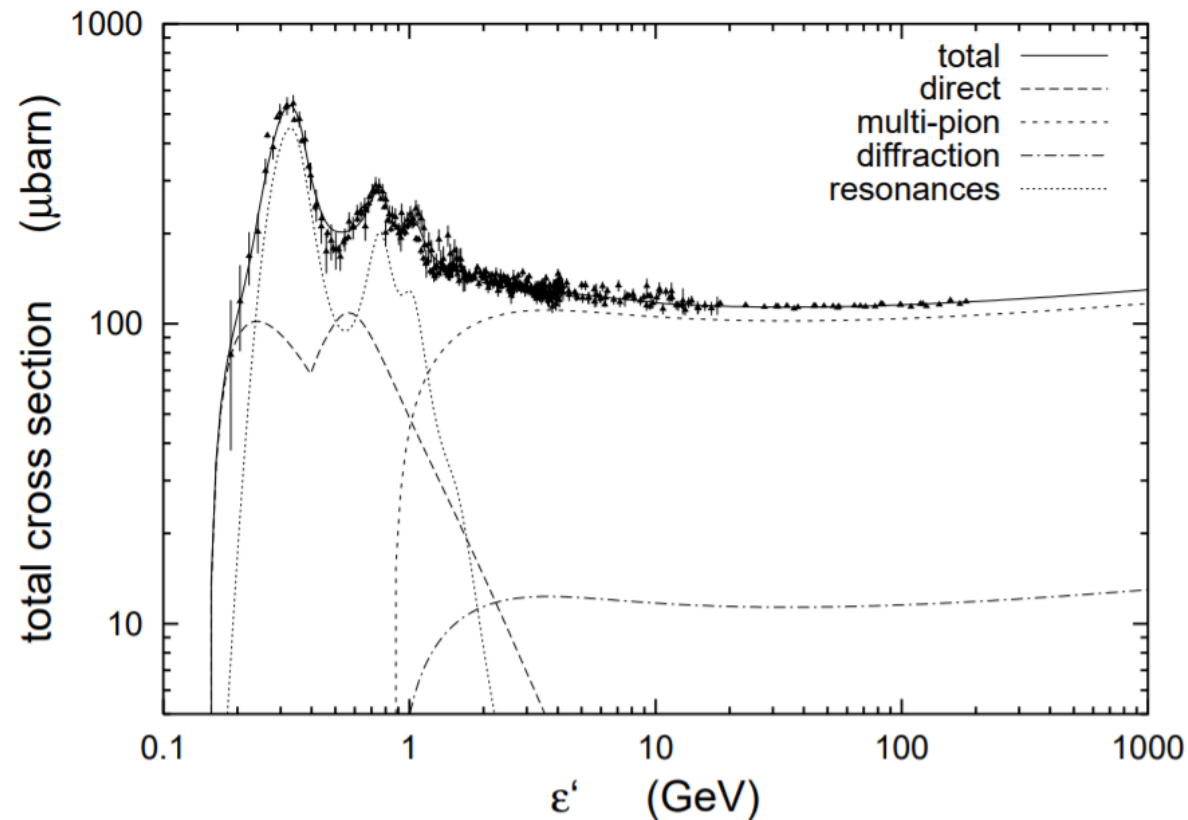
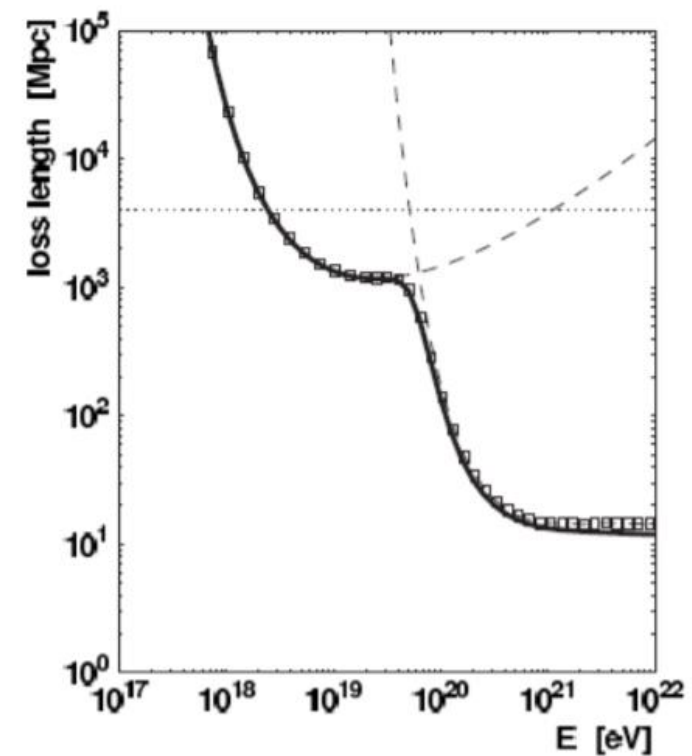
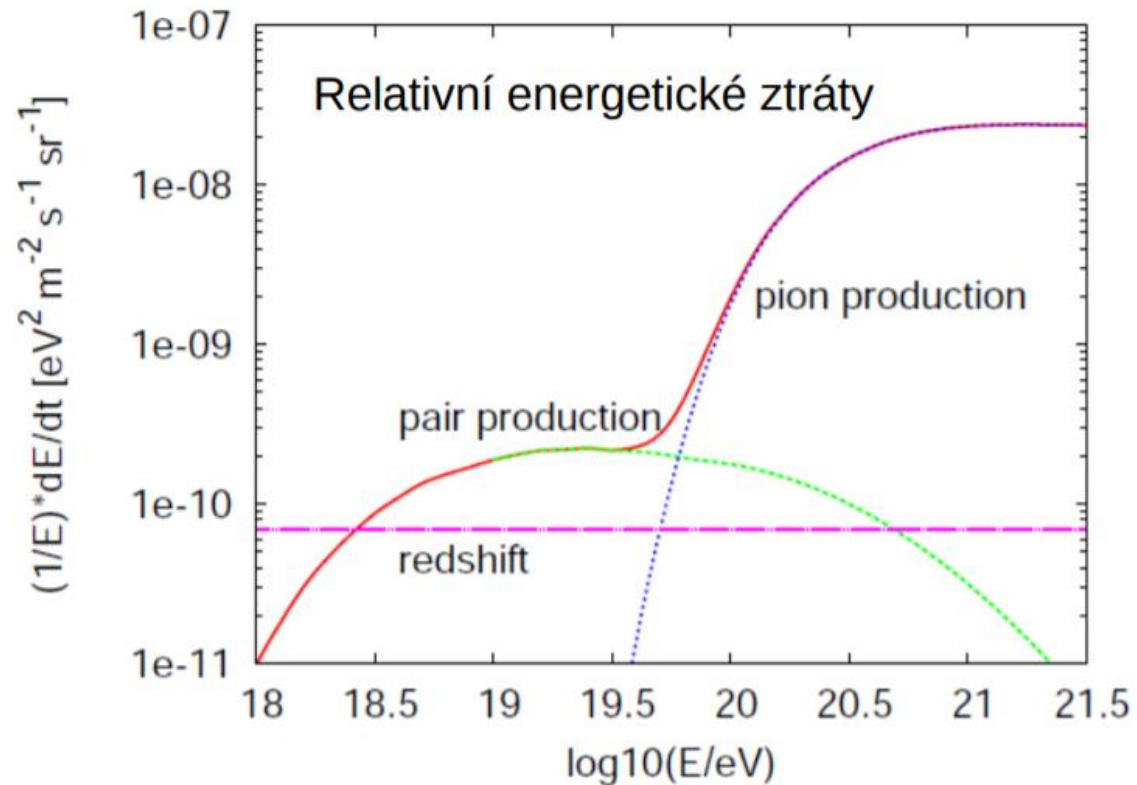


Figure 1: The total $p\gamma$ cross section with the contributions of the baryon resonances considered in this work, the direct single-pion production, diffractive scattering, and the multipion production as a function of the photon's NRF energy ($1 \mu\text{barn} = 10^{-30} \text{ cm}^2$). Data are from Baldini et al. (1988).

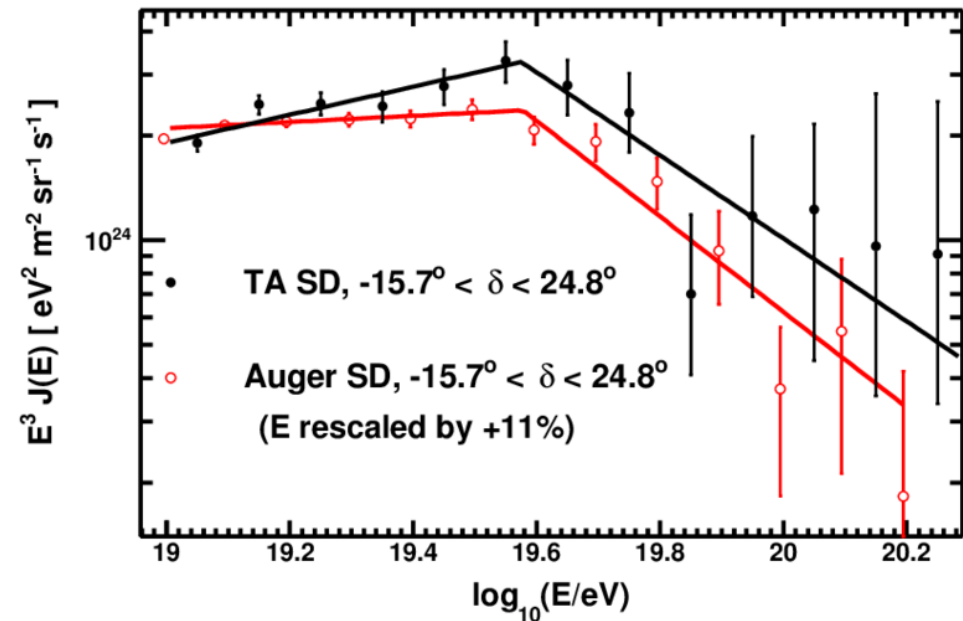
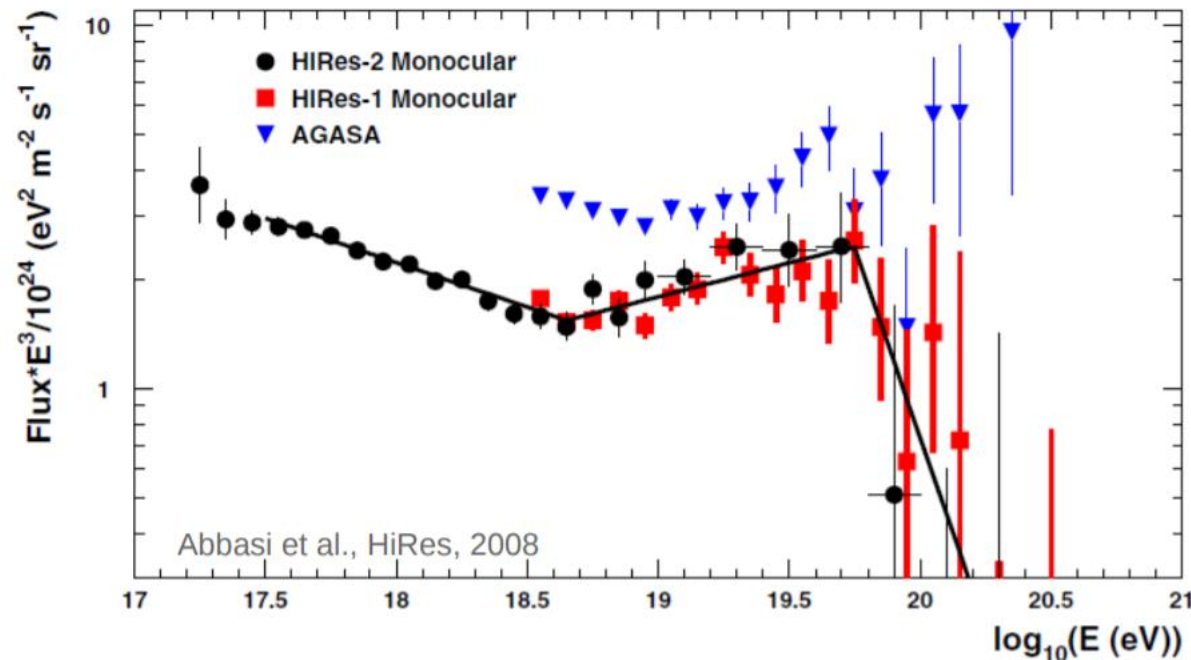
Energetické ztráty – GZK

- Prudký nárůst energetických ztrát kolem $\sim 5 \cdot 10^{19}$ eV
- Ztráty o 2 řády vyšší



Energetické ztráty – GZK měření

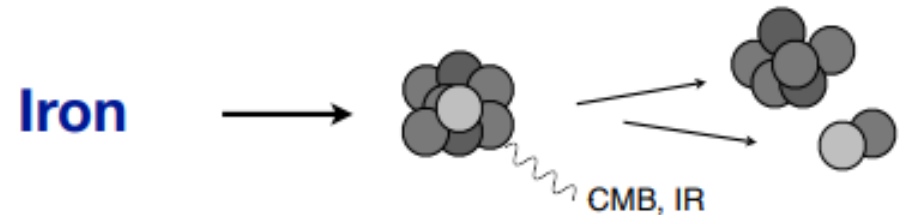
- AGASA GZK v datech neviděla, HiRes ano
- Pozorování potlačení toku na nejvyšších energiích změřil také Auger a Telescope Array



Energetické ztráty – fotodesintegrace jader

- Kosmické záření se $Z > 1$ může podléhat fotodesintegraci jádra
- CMB foton je absorbován v jádře \rightarrow jádro se dostává do excitovaného stavu, což může vést k fragmentaci jádra na dvě a více částí
- Při nízkých energiích fotonu dochází nejčastěji k tzv. gigantické dipólové rezonanci, při níž dochází převážně k emitaci jednoho nukleonu z jádra
- Při vyšších energiích dochází k tzv. kvazi-deuteronovému procesu
- Efektivní energetické ztráty

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}_{eff} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \sum_i \frac{i}{A} R_{A,i}(E)$$

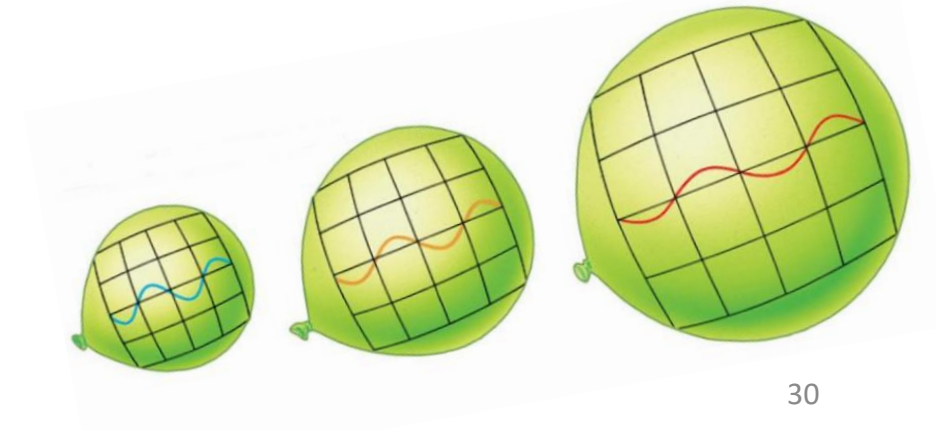


Energetické ztráty – kosmologický rudý posuv

- Na nízkých energiích jsou dominantní energetické ztráty plynoucí z kosmologického rudého posuvu

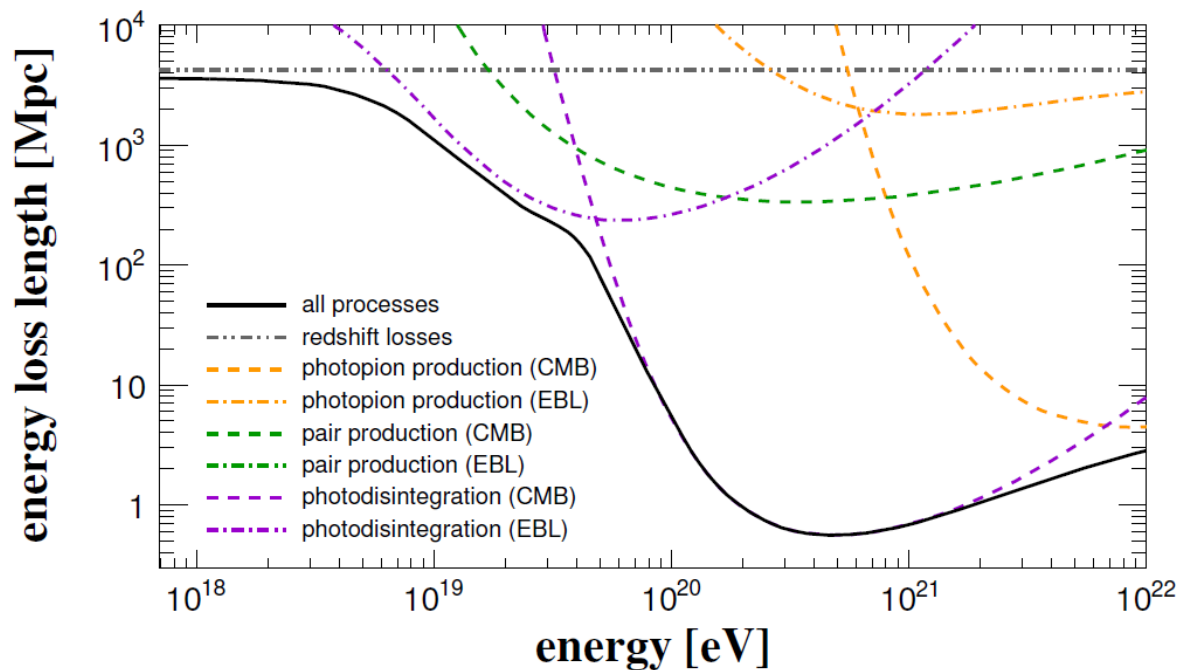
$$-\frac{1}{E} \left(\frac{dE}{dt} \right) = H_0$$

- Tyto ztráty jsou adiabatické a jsou dány rozpínáním vesmíru
- Pozor, liší se od Doplerova rudého posuvu, který je způsobený vzájemným pohybem zdroje a pozorovatele

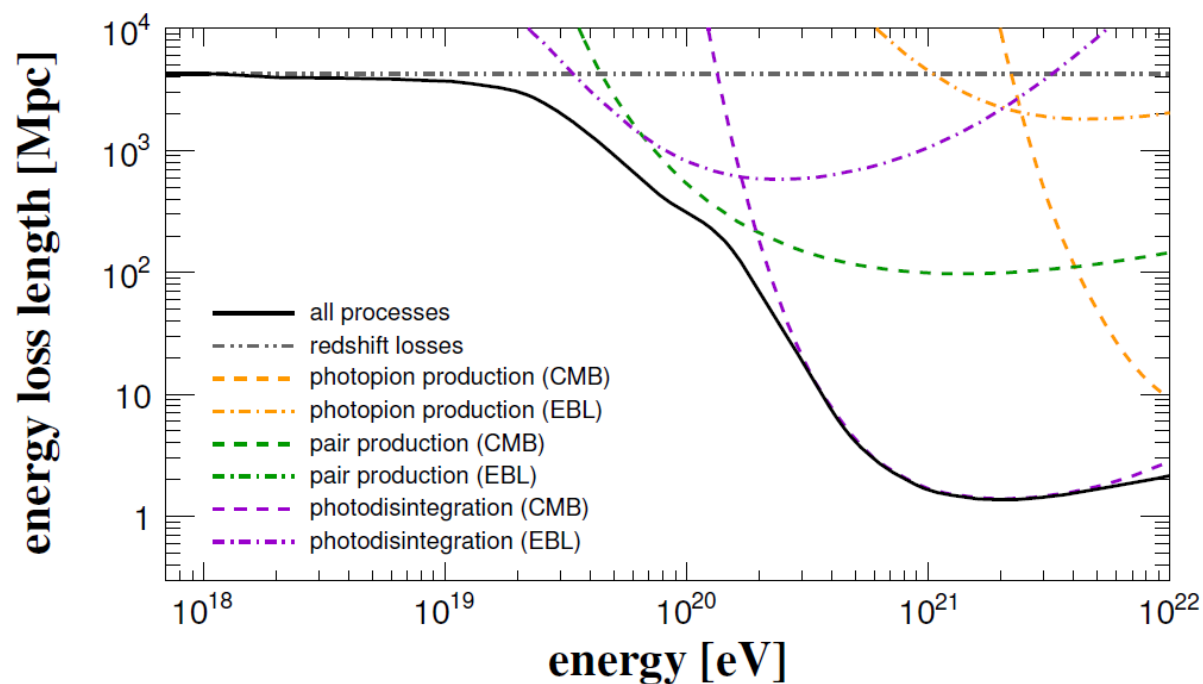


Energetické ztráty

Energy loss length („radiční délka“) = vzdálenost, za kterou částice ztratí 1/e své původní energie



N

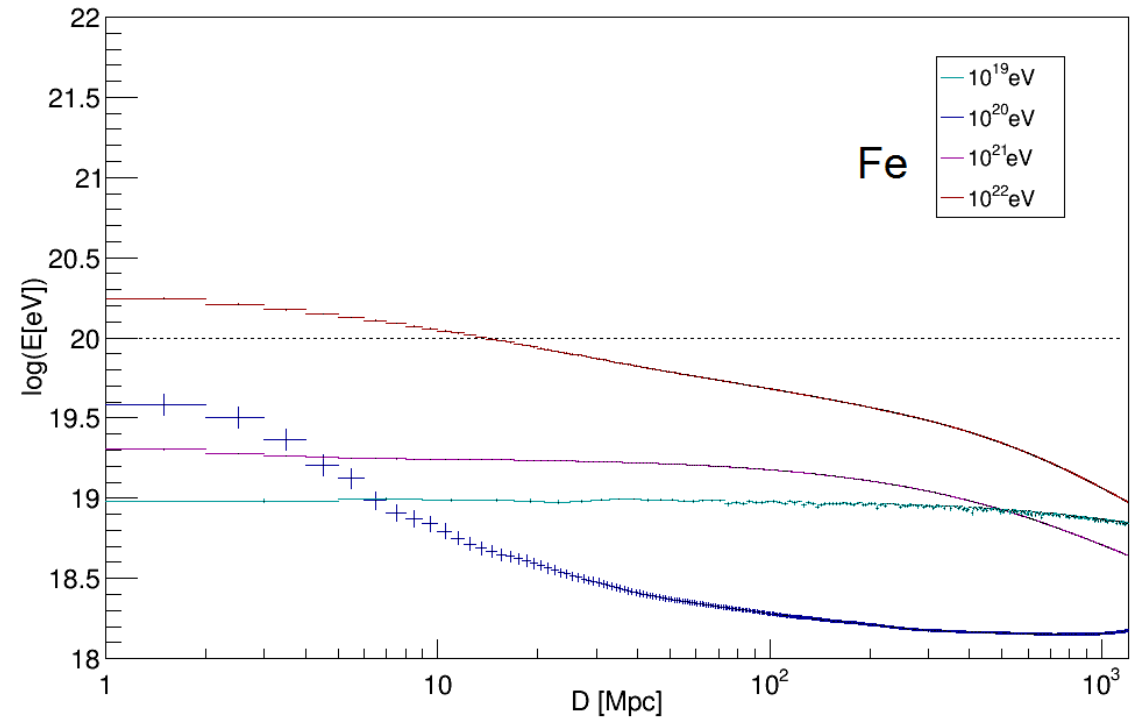
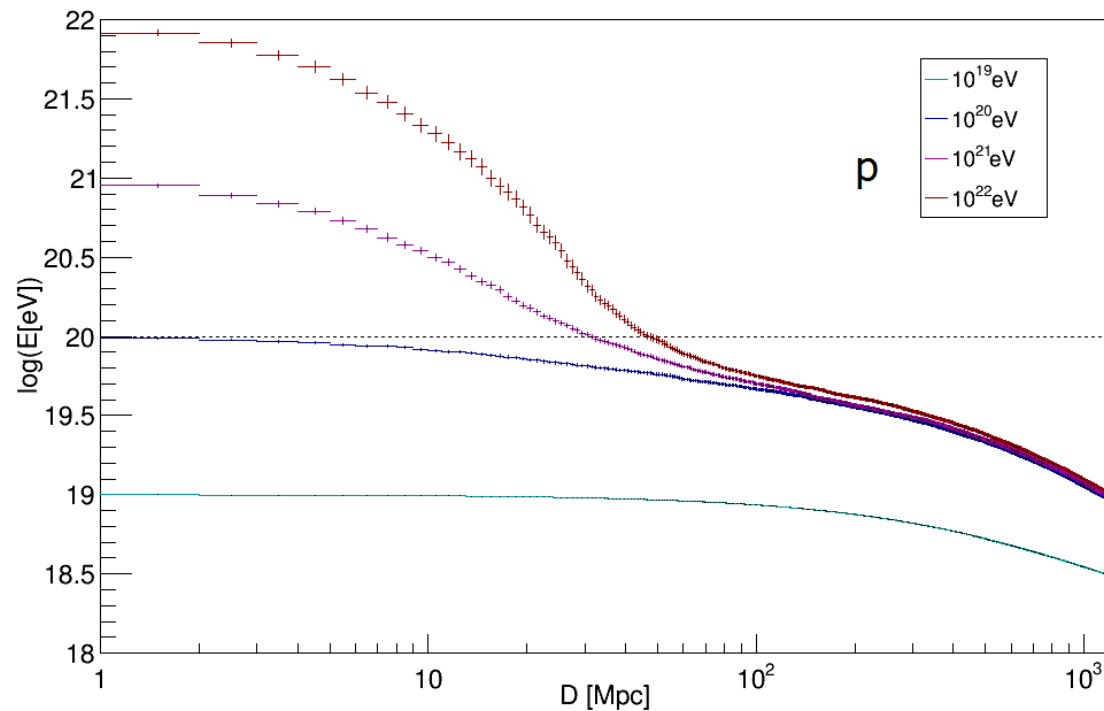


Fe

Energetické ztráty díky interakcím s fotony CMB jsou v naší galaxii zanedbatelné – vliv na částice kosmického záření extragalaktického původu je ale značný!

Energetické ztráty

Energy loss length („radiční délka“) = vzdálenost, za kterou částice ztratí $1/e$ své původní energie



Energetické ztráty díky interakcím s fotony CMB jsou v naší galaxii zanedbatelné – vliv na částice kosmického záření extragalaktického původu je ale značný!

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E} [b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla \mathbf{v} n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha} \right) n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

↑
Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Inelastické interakce + rozpady částic – interakce se střední volnou drahou λ a rozpady s poločasem rozpadu τ

Transportní rovnice

Ginzburg and Syrovatskii (1964)

Popisuje šíření kosmického záření vysokých energií, které podléhá difúzi, energetickým ztrátám, urychlováním v prostředí, kde existují zdroje částic

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla[D(E)\nabla n_i] + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)n_i] + Q_i(E) - \nabla v n_i - \left(\frac{c\rho}{\lambda_i(E)} + \frac{1}{\gamma\tau_\alpha}\right)n_i + \frac{c\rho}{m} \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' n_k(E') \frac{\partial}{\partial E} \sigma_{ki}(E', E)$$

Difúzní člen – popisuje difúzní šíření

Energetické ztráty – rychlost s jakou částice ztrácejí energii je dána funkcí $b(E) = -\frac{dE}{dt}$

Zdrojový člen – v systému vznikají nové částice

Konvekční člen – únik částic ze systému

Inelastické interakce + rozpady částic – interakce se střední volnou drahou λ a rozpady s poločasem rozpadu τ

Fragmentace těžších jader na částicích v mezihvězdném prostoru s hmotností m a hustotou ρ